

Solution de l'équation de Poisson dans un domaine bidimensionnel par la méthode des éléments finis

M. Boun-jad et T. Zebbiche

Laboratoire des Sciences de l'Aéronautique, Institut d'Aéronautique
Université Saâd Dahleb, B.P. 270, Blida 09000, Algeria

Résumé –

Ce travail présente une modeste contribution sur le domaine des éléments finis. On a essayé de résoudre l'équation de Poisson avec les conditions aux limites de type Dirichlet dans un domaine quelconque bidimensionnel simplement connexe. Après une brève théorie sur la résolution de cette équation, on a trouvé les solutions analytiques exactes que pour les sections circulaires, rectangulaires et elliptiques. D'où notre intérêt est orienté vers la recherche des solutions numériques approchées. La méthode utilisée est celle des éléments finis. Deux programmes de calcul numérique ont été réalisés dans ce contexte. Le premier est consacré pour la génération du maillage triangulaire dans les domaines concernés. On a développé ici une technique permettant de générer un maillage de type 'H' dans n'importe quel domaine simplement connexe. Le deuxième programme réalisé est celui pour la résolution numérique de l'équation de Poisson dans un domaine simplement connexe avec les conditions aux limites de Dirichlet. Le programme utilise un seul type d'élément fini est le triangle à trois nœuds. Le problème résolu a un grand intérêt physique et pratique dans pas mal de disciplines, telles que, le transfert de chaleur dans des ailettes de moteur, l'écoulement à travers les conduites quelconques et d'autres problèmes tels que, l'étude de la torsion des poutres de sections non circulaires arbitraires comme la torsion des pales d'hélicoptères et les ailettes dans les refroidisseurs ainsi que les aubes dans les compresseurs. Les résultats présentés sont choisis pour des sections simples pour but de comparaison et pour d'autres formes complexes.

Abstract –

This work presents a modest contribution to the field of finite elements. We tried to solve the Poisson equation with boundary conditions of Dirichlet in any two-dimensional simply connected domain. After a brief theory on solving this equation, we found the exact analytical solutions for circular, rectangular and elliptical sections. Hence our interest is directed towards the search of approximate numerical solutions. The method used is that of finite elements. Two numerical calculation programs have been made in this context. The first is devoted to the generation of triangular mesh in the areas concerned. We have developed here a technique to generate a mesh type 'H' in any simply connected domain. The second program is realized that for the numerical solution of the Poisson equation in a simply connected domain with Dirichlet boundary conditions. The program uses a single type of finite element is the triangle with three nodes. The problem solved is a great physical and practical interest in a lot of disciplines, such as the heat transfer fins engine, the flow through the pipes and any other problems such as the study of the torsion beams of arbitrary non-circular sections such as the twist of the blades of helicopters and coolers in the vanes and blades in the compressor. The results shown are chosen for simple sections for comparison purposes, and also for other complex shapes.

Mot clés:

Méthode des éléments finis - Élément triangulaire - Equation de Poisson - Conditions aux limites type Dirichlet - Domaine simplement connexe - Génération de maillage type H - Méthode de résolution directe de Khaletski - Matrice bande - Stockage des matrices sous forme de vecteur - Erreur de calcul - Valeur moyenne - Valeur maximale - Dérivée de la solution.