

## Convection naturelle dans les enceintes: nanofluide

H. Salhi \* et M. Si-Ameur †

Laboratoire d'Etudes de Systèmes Energétiques Industriels, 'LESEI'  
Département de Génie Mécanique, Faculté de Technologie  
Université El-Hadj Lakhdar, 1 Rue Mohamed El-Hadi Boukhloof, Batna, Algérie

(reçu le 20 Novembre 2010 – accepté le 20 Février 2012)

**Résumé** - Dans ce travail, on a mené une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte carrée chauffée par une section carrée et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules. Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma hybride. Un code de calcul a été conçu et réalisé dans ce contexte pour utiliser la simulation numérique comme outil d'investigation. Les résultats sont analysés à travers les champs thermique et dynamique avec une attention particulière au nombre de Nusselt. Ce travail a été validé en comparant à ceux de la littérature en modifiant légèrement la configuration étudiée. Une étude paramétrique a été menée en considérant le nombre de Rayleigh, le type de nanofluide.

**Abstract** - In this work, we conducted a numerical study of laminar natural convection in a stationary square enclosure heated by a square and filled with a mixture of water and nanoparticles. The governing equations were discretized by the finite volume method using a hybrid scheme. A computer code was designed and built in this context to use numerical simulation as an investigative tool. The results are analyzed through thermal and dynamic fields with special attention to the Nusselt number. This work was validated by comparing to those in the literature by slightly modifying the configuration studied. A parametric study was conducted by considering the Rayleigh number, the type of nanofluid.

**Mots clés:** Convection naturelle - Nanofluide – Nombre de Nusselt et de Rayleigh.

### 1. INTRODUCTION

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux, et pour ce faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais numériques et expérimentaux portant sur la description des phénomènes gérant la convection, l'effet de la nature des systèmes dans lesquels elle a lieu (géométrie spécialement), et les propriétés des fluides impliqués (propriétés physico-chimiques).

Chronologiquement, bien que les idées d'amélioration aient touché surtout la géométrie des systèmes, et la nature physico-chimique des milieux convectifs, les travaux n'ont touché que l'ordre macroscopique ou parfois microscopique du processus.

Mais avec l'apparition et le développement rapide des nanosciences et nanotechnologies pendant la deuxième moitié du 20<sup>ème</sup> siècle, la convection a pris une grande part de cette nouvelle richesse, et a pris un autre aspect de perfectionnement:

---

\* bonhicham@yahoo.fr

† msiamour@yahoo.fr

c'est au niveau nanométrique de la matière du milieu convectif que les récents travaux ont été concentrés.

Les nanofluides sont alors l'un des fruits d'une telle richesse. Dotés de propriétés physico-chimiques particulières et intéressantes, telles que leur importante conductivité thermique, les nanofluides offrent un coefficient de transfert thermique imbattable par les autres caloporteurs. Les études menées dans cette nouvelle direction ont fourni une riche bibliographie, mais très variée: bien qu'en majorité ils sont assez positifs.

Wen *et al.* [1] ont adopté une procédure expérimentale similaire dans un tube circulaire chauffé uniformément, mais avec des nanoparticules de trioxyde d'aluminium ( $Al_2O_3$ ) de 27-56 nm de diamètre. L'utilisation du nanofluide a augmenté significativement le coefficient de transfert de chaleur en régime laminaire.

Heris *et al.* [2] ont examiné des nanoparticules d'oxyde de cuivre (Cu) et de trioxyde d'aluminium ( $Al_2O_3$ ), dispersés à différentes concentrations dans l'eau. L'ensemble constituant un nanofluide est testé en écoulement convectif laminaire dans un tube circulaire horizontal maintenu à température constante. Les résultats expérimentaux ont montré que l'augmentation du coefficient de transfert convectif est plus important pour le mélange (eau/ $Al_2O_3$ ) que celui du mélange (eau/Cu) et ceci est plus significatif pour les grandes concentrations volumiques en nanoparticules, et pour un optimum compris entre 2.5 et 3 %.

Behzadmehr *et al.* [3] ont étudié la convection forcée turbulente dans un tube circulaire, utilisant de l'eau à 1% de nanoparticules cuivre (Cu) Ils ont démontré que l'augmentation du nombre de Reynolds engendré la croissance de la valeur du nombre de Nusselt.

Apurba *et al.* [4] ont étudié l'effet du nanofluide sur un écoulement en régime laminaire dans une conduite rectangulaire horizontale bidimensionnelle chauffé à deux extrémités haut et bas, Ils ont démontré que l'augmentation du nombre de Reynolds et de la fraction volumique améliore le transfert thermique.

Oztop *et al.* [5] ont étudié l'effet d'employer différents nanofluides sur la distribution du champ des températures dans une enceinte remplie d'un mélange d'eau et de nanofluide. Ils ont démontré que l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh, la taille de réchauffeur et la fraction volumique des nanofluides améliorent le transfert thermique.

Dans le présent travail, nous étudions la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules, chauffée par une section carrée.

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ( $Ra = 103, 104, 105$ ) pour différentes fractions volumiques pour le fluide pur ( $\phi=0$ ) et pour les nanofluides (Ag et  $TiO_2$ ,  $\phi$  égal à 0.1, 0.2).

## 2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

La configuration étudiée est représentée sur la figure 1. Elle est principalement basée sur une enceinte carrée remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules, avec des conditions aux limites de type Dirichlet pour les lignes de courant et la température de la source de chaleur, et de type Neumann pour la température des parois.

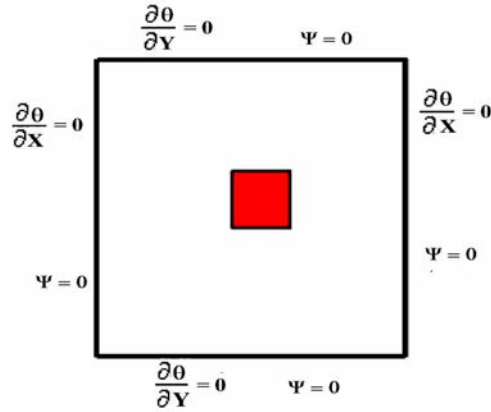


Fig. 1:Schéma représentant la configuration étudié et les conditions aux limites

Le fluide de base utilisé est un fluide newtonien, incompressible et qui satisfait l'hypothèse de Boussinesq. Le nanofluide est supposé incompressible et l'écoulement est laminaire, stationnaire et bidimensionnel.

Les propriétés thermophysiques du nanofluide sont constantes, sauf pour la variation de la masse volumique, qui est estimée par l'hypothèse de Boussinesq.

Compte tenu des hypothèses formulées précédemment, les équations classiques de conservation en 2D sont les suivantes:

**Equation de vorticité**

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \omega \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \omega \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{(\varphi \times \rho_s \times \beta_s + (1 - \varphi) \times \rho_f \times \beta_f)}{\rho_{nf}} \times g \times \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \tag{1}$$

**Equation d'énergie**

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T \times \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( T \times \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha_{nf} \times \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha_{nf} \times \frac{\partial T}{\partial y} \right) \tag{2}$$

**Equation de Poisson (ligne de courant)**

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \tag{3}$$

avec

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{eff}}{(\rho \times C_p)_{nf}} \tag{4}$$

La masse volumique effective du nanofluide est donnée par:

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \times \rho_f + \varphi \times \rho_s \tag{5}$$

La capacité calorifique du nanofluide est donnée d'après (Abu-Nadu [6], Khanafer et al. [7]) par l'expression:

$$(\rho \times C_p)_{nf} = (1 - \varphi) \times (\rho \times C_p)_f + \varphi (\rho \times C_p)_s \quad (6)$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est approximée par le modèle de Maxwell–Garnetts:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f - \varphi(k_f - k_s)} \quad (7)$$

La viscosité du nanofluide est donnée par Brinkman [8]

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (8)$$

Les vitesses radiale et tangentielle sont données par les relations suivantes respectivement:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \Psi}{\partial y} \\ v &= \frac{\partial \Psi}{\partial x} \end{aligned} \quad (9)$$

Le dimensionnement se fait comme suit:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{H}; & Y &= \frac{y}{H}; & \Omega &= \frac{\omega \times H^2}{\alpha_f}; & \Psi &= \frac{\Psi}{\alpha_f} \\ V &= \frac{v \times H}{\alpha_f}; & U &= \frac{u \times H}{\alpha_f}; & \theta &= \frac{T - T_L}{T_H - T_L} \end{aligned}$$

#### Equation de vorticit 

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left( \Omega \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Omega \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) &= \left[ \frac{\text{Pr}}{(1 - \varphi)^{0.25} ((1 - \varphi) + \varphi \times \frac{\rho_s}{\rho_f})} \right] \times \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) \\ + \text{Ra} \times \text{Pr} \times \left[ \frac{1}{\frac{(1 - \varphi) \rho_f}{\varphi \rho_s} + 1} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{\frac{\varphi \rho_f}{(1 - \varphi) \rho_s} + 1} \right] &\times \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

#### Equation d'énergie

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \theta \times \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left( \theta \times \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left( \lambda \times \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \lambda \times \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (11)$$

**Equation de Poisson (ligne de courant)**

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (12)$$

**Vitesses radiale et tangentielle**

$$\begin{aligned} U &= \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \\ V &= -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \end{aligned} \quad (13)$$

avec

$$\lambda = \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{(1 - \varphi) + \varphi \times \frac{(\rho \times C_p)_s}{(\rho \times C_p)_f}}$$

Le nombre de Rayleigh:  $Ra = \frac{g \times \beta \times H^3 \times (T_H - T_L)}{\nu \times \alpha}$

Le nombre de Prandtl:  $Pr = \nu / \alpha$

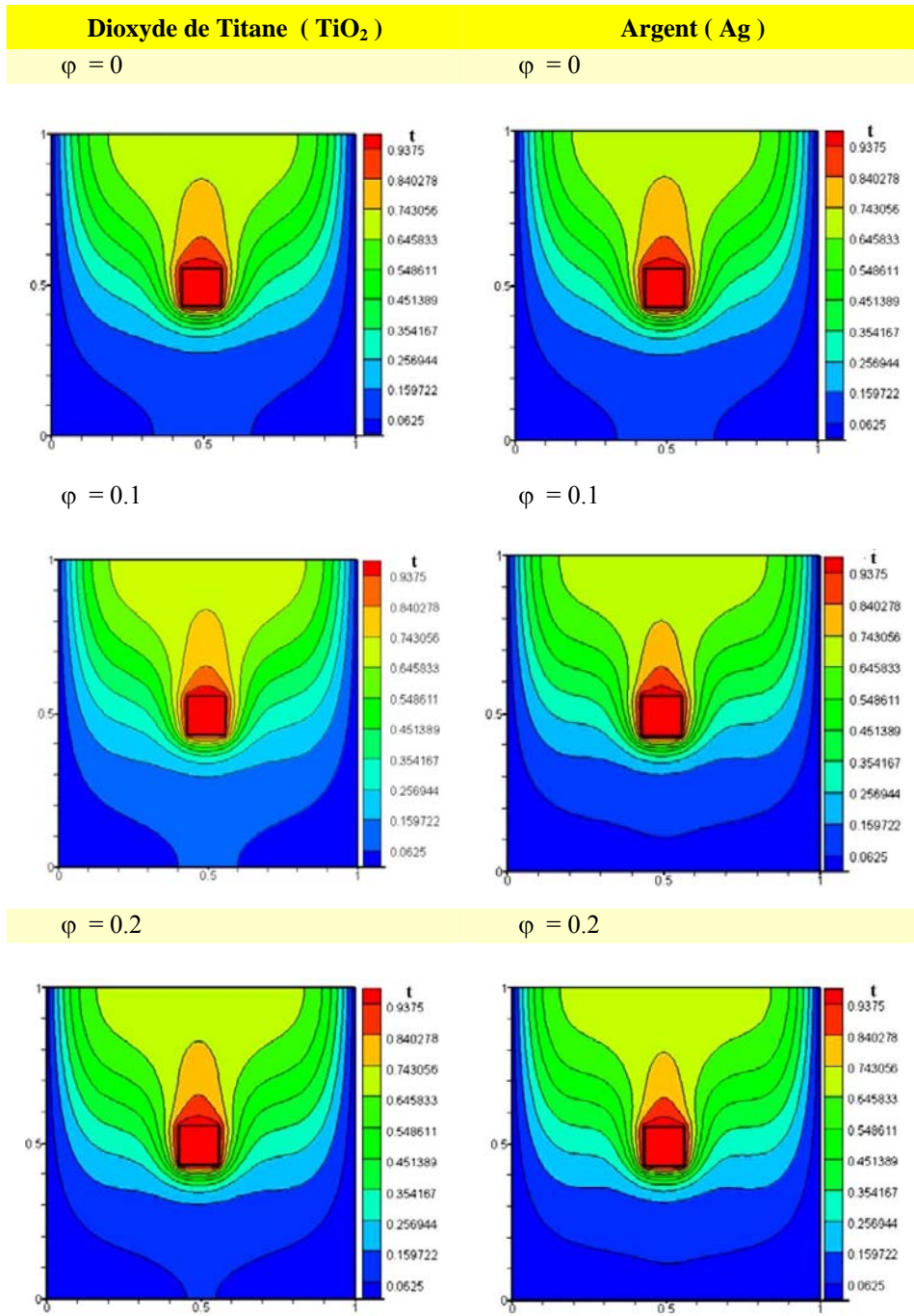
Le système d'équations aux dérivées partielles associé aux conditions aux limites est résolu numériquement par la méthode des volumes finis, avec un schéma hybride.

**3. RESULTATS ET DISCUSSIONS**

La présentation des résultats concerne les champs des températures, les lignes de courants et ainsi que le nombre de Nusselt. En considérant un nombre de Prandtl  $Pr = 6.2$ , les propriétés physiques utilisées sont regroupées dans le tableau 1.

**Tableau 1:** Propriétés physiques des nanofluides utilisés

| Propriétés Physiques                     | Fluide pur Eau | Argent | Dioxyde de titane |
|--|----------------|--------|-------------------|
| $C_p$ (J/kg.K)                           | 4179           | 230    | 686.2             |
| $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )              | 997.1          | 10500  | 4250              |
| $K$ (W/m.K)                              | 0.613          | 418    | 8.9538            |
| $\alpha \times 10^7$ (m <sup>2</sup> /s) | 1.47           | 1710   | 30.7              |
| $\beta \times 10^{-5}$ (1/K)             | 21             | 1.65   | 0.9               |

Fig. 2: Champs des températures pour  $Ra = 10^4$

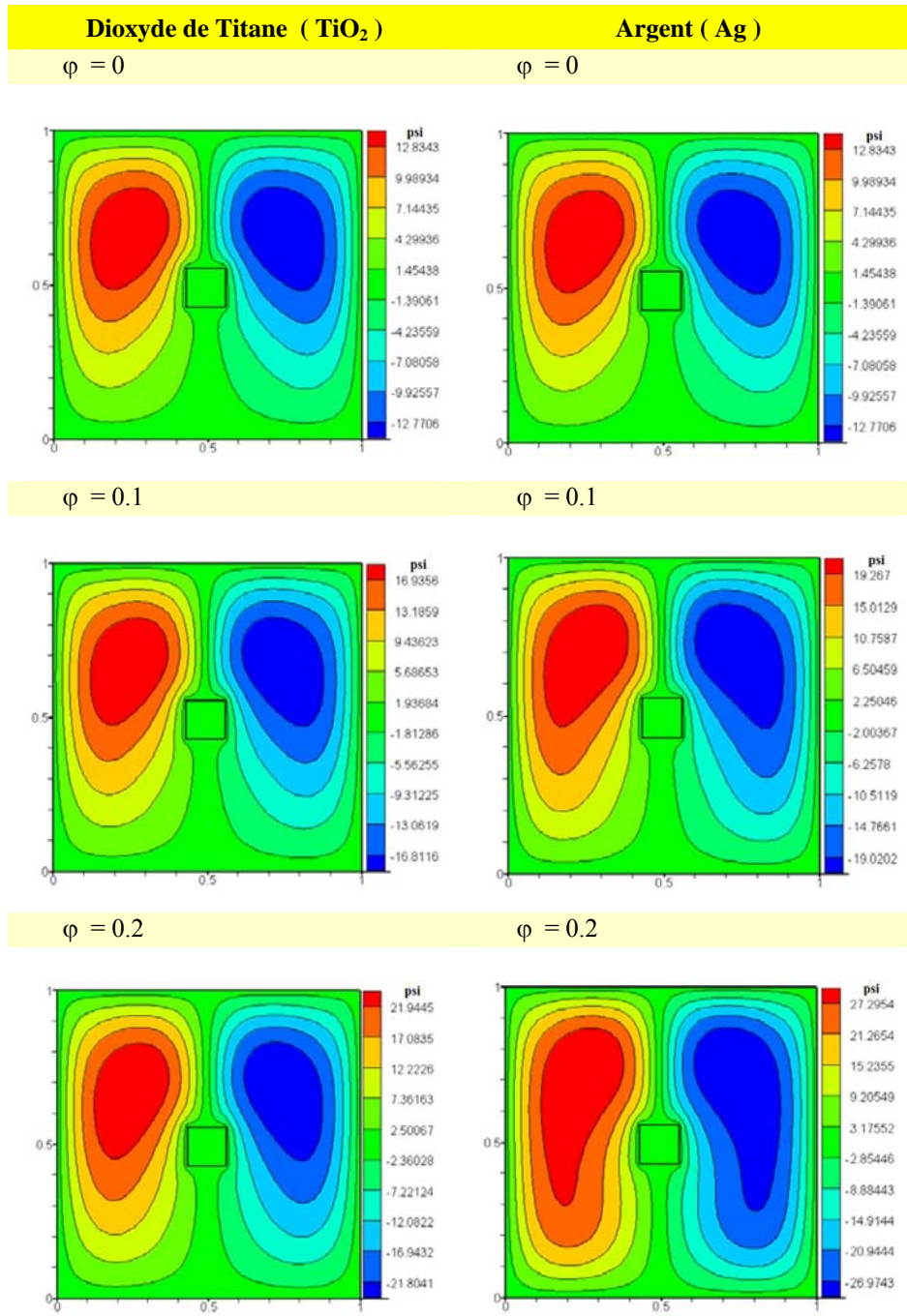


Fig. 3: Lignes de courants pour  $Ra = 10^4$

La figure 2 représente les champs de températures pour un nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^4$ ).

Les isothermes deviennent plus courbées et plus serrées aux deux côtés de l'enceinte. L'augmentation des fractions volumiques résulte une déviation importante pour les isothermes entre le nanofluide et le fluide pur.

La comparaison entre les deux nanofluides utilisés montre que l'argent présente un transfert thermique plus important que l'oxyde de titane  $TiO_2$ .

La figure 3 représente les lignes des courants pour un nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^4$ ).

L'augmentation de la fraction volumique influe sur les lignes des courant et on constate cela sur les valeurs de ( $\Psi$ ) qui sont plus élevés.

Les lignes de courant deviennent plus serrées à côté des parois latérales à mesure que la fraction volumique augmente et les valeurs de ( $\Psi$ ) restent toujours plus grands pour le nanofluide Ag par rapport au  $TiO_2$ .

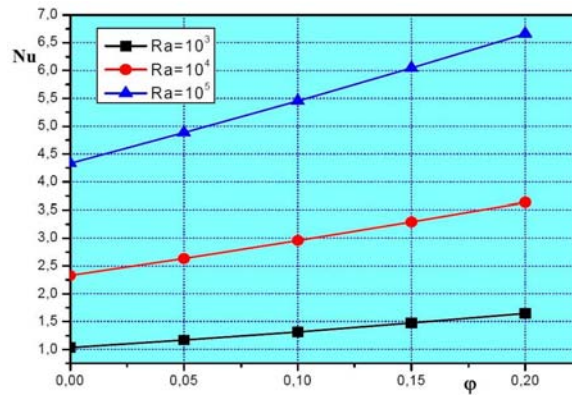


Fig. 4: Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique du  $TiO_2$

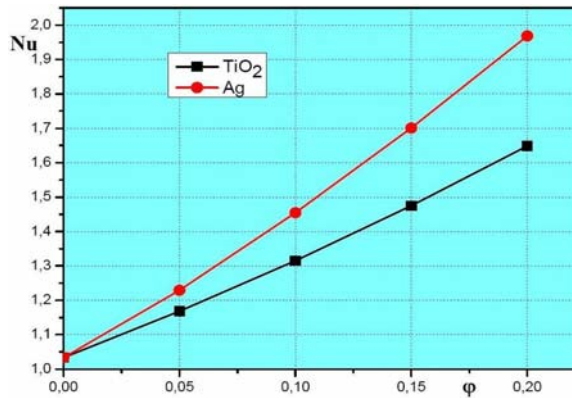


Fig. 5: Effet du type de nanofluide sur la variation du nombre de Nusselt ( $Ra = 10^4$ )



La figure 4 représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

On constate que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique et le nombre de Rayleigh pour chaque nanofluide.

Par contre, la figure 5 représente l'effet du type de nanofluide sur la variation du nombre de Nusselt.

On observe que les valeurs du nombre de Nusselt pour le nanofluide Ag sont supérieures à celles du nanofluide  $\text{TiO}_2$  (pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh). Ce qui montre que l'argent est un bon conducteur de chaleur par rapport au  $\text{TiO}_2$ .

Donc, le type de nanofluide est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

#### 4. CONCLUSION

Les résultats principaux se résument dans:

- l'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé.
- l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise davantage le transfert de chaleur.
- le transfert thermique en présence des nanoparticules d'Ag s'améliore relativement à celui des nanoparticules de  $\text{TiO}_2$ . En conséquence, le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

#### REFERENCES

- [1] D. Wen and Y. Ding, 'Experimental Investigation into Convective Heat Transfer of Nanofluids at the Entrance Region under Laminar Flow Conditions', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, N° 24, pp. 5181 - 5188, 2004.
- [2] S.Z. Heris, S.G. Etemad and M.N. Esfahany, 'Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer', International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp. 529 – 535, 2006.
- [3] A. Behzadmehr, M. Saffar-Avval and N. Galanis, 'Prediction of Turbulent Forced Convection of Nanofluid in a Tube With Uniform Heat Flux Using a Two Phase', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 28, N°2, pp. 211 – 219, 2007.
- [4] K.S. Apurba, S. Swarnendu and C. Niladri, 'Study of Heat Transfer due to Laminar Flow of Copper-Water Nanofluid Through Two Isothermally Heated Parallel Plates', International Journal of Thermal Sciences 48, N°2, pp. 391 – 400, 2009.
- [5] H.F. Oztop and E. Abu-Nada, 'Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosures Filled with Nanofluids', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, N°5, pp. 1326 – 1336, 2008.
- [6] E. Abu-Nada, 'Application of Nanofluids for Heat Transfer Enhancement of Separated Flows Encountered in a Backward Facing Step', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, N°1, pp. 242 - 249, 2008.

- [7] K. Khanafer, K. Vafai and M. Lightstone, '*Buoyancy-Driven Heat Transfer Enhancement in a Two-Dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, N°19, pp. 3639 – 3653, 2003.
- [8] H.C. Brinkman, '*The viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions*', Journal of Chemical Physics, Vol. 20, N°4, pp. 571 – 581, 1952.