

## Approche des Conditions Thermiques de Paroi à l'Etude des Ecoulements Laminaires dans les Cavités Bidimensionnelles - Cas du Capteur Solaire à Air -

D. Semmar et A. Harhad<sup>1</sup>

Centre de Développement des Energies Renouvelables, B.P. 62, Route de l'Observatoire, Bouzaréah, Alger

<sup>1</sup> Institut de Mécanique, Université de Blida, Route de Soumaa, B.P. 270, Blida

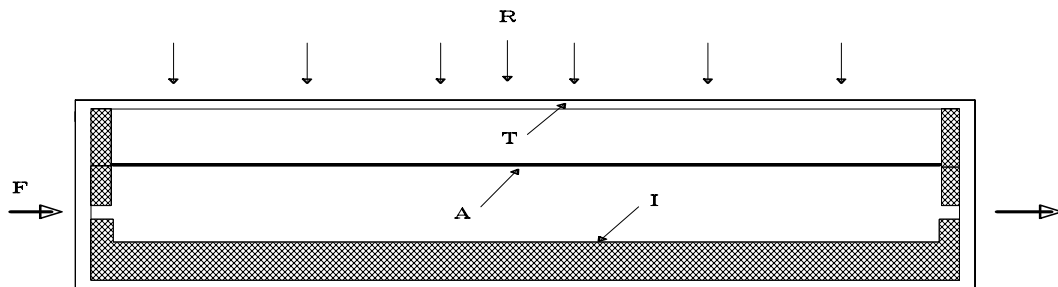
**Résumé** - De manière à analyser l'apparition des mouvements de convection, ce travail est consacré à la formulation du problème dans le cas des enceintes inclinées où la convection mixte et la convection naturelle sont le siège des échanges thermiques. La méthode des volumes finis est utilisée pour la résolution des équations de conservation régissant le mouvement. L'exploitation numérique est réalisée en faisant varier successivement le nombre de Richardson, le nombre de Reynolds, le facteur de forme et l'inclinaison.

**Abstract** - So as to analyse the appearance of the movements of convection, this work is devoted to the formulation of the problem in the case of the tilted enclosures where the mixed convection and the natural convection are the seat of heat exchange. The method of finished volumes is used for the resolution of the conservation equations governing the movement. The numerical exploitation is carried out while varying successively the number of Richardson, the Reynolds number, the factor of form and the slope.

**Mots Clés:** Convection naturelle - Convection mixte - Volumes finis - Calcul numérique - Capteur solaire à air - Enceintes fermées - Enceintes ouvertes.

### 1. INTRODUCTION

Les pertes énergétiques par convection dans les capteurs plans à air deviennent importantes, à cause des valeurs de température relativement élevées (70 à 90°C) que l'on obtient pendant le fonctionnement de ces capteurs. En plus, la gestion de l'air dans les capteurs plan à air prend de plus en plus d'importance pour l'établissement et le contrôle des conditions de fonctionnement. Vu que ces conditions sont liées aux aspects dynamiques (zones mortes et zones de survitesses) et thermiques (stratification) de l'écoulement convectif, on s'est intéressé à l'étude des écoulements de l'air dans le capteur solaire plan à air (Fig.1).



R : Rayonnement incident ; T : Elément transparent ; A : Elément absorbant  
I : Elément isolant ; F : Ecoulement d'air

Fig. 1: Schématisation du collecteur plan à air

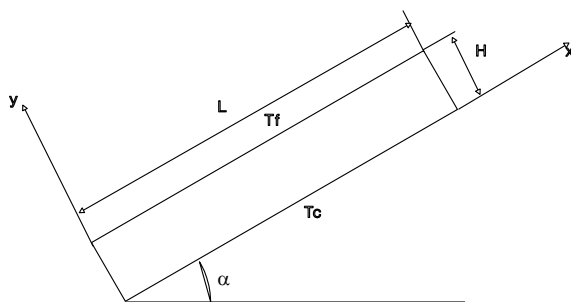


Fig. 2: Schéma de l'enceinte fermée

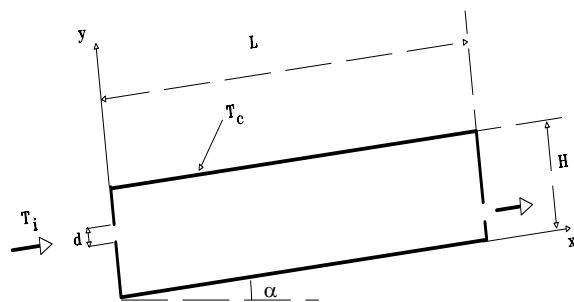


Fig. 3: Schéma de l'enceinte ouverte

Dans un premier temps, on va étudier le mouvement du fluide entre l'absorbeur et le vitrage (Fig. 2) simulé à une enceinte fermée. La deuxième partie est consacrée à la simulation numérique des écoulements entre l'absorbeur et l'isolant (Fig. 3) approché par des écoulements dans une enceinte ouverte. Nos études antérieures ont été effectuées dans le cas des conditions aux limites thermiques de parois isothermes [4-6]. Dans le cas des problèmes réels, les surfaces actives ne sont pas généralement isothermes. Pour un capteur solaire à air, on a un gradient de température le long de l'absorbeur.

Pour simuler des distributions non uniformes de température, des modèles de types sinusoïdaux ont été choisis [3] :

$$\begin{aligned}\theta(X, Y = 1) &= -\frac{1}{2} + \frac{\psi}{2} \sin\left(\pi\left(\frac{X}{1} - \frac{1}{2}\right)\right) \\ \theta(X, Y = 0) &= +\frac{1}{2} + \frac{\sigma}{2} \sin\left(\pi\left(\frac{X}{1} - \frac{1}{2}\right)\right)\end{aligned}$$

où  $\psi$  et  $\sigma$  sont des paramètres qu'on peut varier pour étudier l'influence des conditions aux limites thermiques.

Cette dernière étude n'est pas abordée dans notre travail, on considère  $\psi$  et  $\sigma$  constants, et égales à 0,1. Les deux équations précédentes sont applicables pour la configuration vitre-absorbeur (enceinte fermée). Pour la deuxième configuration, on considère des conditions aux limites différentes car le changement de variables est différent, et qui est :

$$\theta(X, Y = 1) = 1 + \frac{1}{2} \sin\left(\pi\left(\frac{X}{1} - \frac{1}{2}\right)\right)$$

L'approche des conditions aux limites par une fonction sinusoïdale est dû aux données météorologiques, qui dans la plupart des travaux de références, donnent une distribution sinusoïdale pour ces données journalières ou annuelles.

## 2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le mouvement de convection est décrit par les équations de Navier-Stokes couplées à l'équation de l'énergie. Dans le cas où les variations de densité dues aux écarts de température restent modérées, l'approximation de Boussinesq est justifiée (densité constante sauf dans le terme de poussée d'Archimède, dissipation visqueuse négligeable, propriétés physiques du fluide constantes). Les équations de conservation adimensionnelles s'écrivent dans le cas de l'enceinte fermée :

$$\frac{\partial U_1}{\partial X} + \frac{\partial V_1}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau_1} + U_1 \frac{\partial U_1}{\partial X} + V_1 \frac{\partial U_1}{\partial Y} = -\frac{\partial P_1}{\partial X} + \frac{1}{Gr^{0.5}} \left( \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2} \right) + \theta_1 \sin(\alpha) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial \tau_1} + U_1 \frac{\partial V_1}{\partial X} + V_1 \frac{\partial V_1}{\partial Y} = -\frac{\partial P_1}{\partial Y} + \frac{1}{Gr^{0.5}} \left( \frac{\partial^2 V_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial Y^2} \right) + \theta_1 \cos(\alpha) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau_1} + U_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial X} + V_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \cdot Gr^{0.5}} \left( \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

avec le changement de variables suivant :

$$X = \frac{x}{H} ; Y = \frac{y}{H} ; U_1 = \frac{uH}{v \cdot Gr^{0.5}} ; V_1 = \frac{vH}{v \cdot Gr^{0.5}} ; P_1 = \frac{p}{\rho_0 \cdot Gr} \left( \frac{H}{v} \right)^2 ; \theta_1 = \frac{T - T_0}{T_c - T_f} ; \tau_1 = \frac{t \cdot v}{H^2} Gr^{0.5}$$

et dans le cas de l'enceinte ouverte :

$$\frac{\partial U_2}{\partial X} + \frac{\partial V_2}{\partial Y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \tau_2} + U_2 \frac{\partial U_2}{\partial X} + V_2 \frac{\partial U_2}{\partial Y} = -\frac{\partial P_2}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial Y^2} \right) + R_i \theta_2 \sin(\alpha) \quad (6)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial \tau_2} + U_2 \frac{\partial V_2}{\partial X} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial Y} = -\frac{\partial P_2}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial Y^2} \right) + R_i \theta_2 \cos(\alpha) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2} + U_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial X} + V_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \cdot Re} \left( \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial Y^2} \right) \quad (8)$$

avec le changement de variables suivant :

$$X = \frac{x}{H} ; Y = \frac{y}{H} ; U_2 = \frac{u}{u_i} ; V_2 = \frac{v}{u_i} ; P_2 = \frac{p}{\rho_0 u_i^2} ; \theta_2 = \frac{T - T_i}{T_c - T_i} ; \tau_2 = \frac{t u_i}{H}$$

Les conditions aux limites sous forme adimensionnelle sont données par les tableaux suivants :

- Pour l'enceinte fermée :

**Tableau 1:** Conditions aux limites adimensionnelles pour l'enceinte fermée

Frontière	Vitesse	Température
$(X, Y = 1, \tau_1)$	$U_1 = V_1 = 0$	$\theta_f = -0.5 + \frac{0.1}{2} \sin\left(\pi\left(\frac{X}{L} - \frac{1}{2}\right)\right)$
$(X, Y = 0, \tau_1)$	$U_1 = V_1 = 0$	$\theta_c = +0.5 + \frac{0.1}{2} \sin\left(\pi\left(\frac{X}{L} - \frac{1}{2}\right)\right)$
$(X = 0, Y, \tau_1)$	$U_1 = V_1 = 0$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial X} = 0$
$\left(X = \frac{L}{H}, Y, \tau_1\right)$	$U_1 = V_1 = 0$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial X} = 0$

- Pour l'enceinte ouverte :

**Tableau 2:** Conditions aux limites adimensionnelles pour l'enceinte ouverte

Frontière	Vitesse	Température
Entrée	$U_2 = 1, V_2 = 0$	$\theta_2 = 0$
Sortie	$\frac{\partial U_2}{\partial X} = \frac{\partial V_2}{\partial X} = 0$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial X} = 0$
$(X, Y = 1, \tau_2)$	$U_2 = V_2 = 0$	$\theta_2 = +1 + \frac{1}{2} \sin\left(\pi\left(\frac{X}{L} - \frac{1}{2}\right)\right)$
$(X, Y = 0, \tau_2)$	$U_2 = V_2 = 0$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial Y} = 0$
$(X = 0, Y, \tau_2)$	$U_2 = V_2 = 0$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial X} = 0$
$\left(X = \frac{L}{H}, Y, \tau_2\right)$	$U_2 = V_2 = 0$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial X} = 0$

### 3. ETUDE NUMERIQUE

Nous avons utilisé pour la résolution des équations précédentes une méthode désormais classique dite méthode des volumes finis. La technique de discrétisation est due essentiellement aux travaux de Patankar et Spalding [1]. Une description détaillée de cette technique est fournie par Patankar [2] avec les algorithmes Simple (Semi-Implicit Method for Pressure-Linker Equations) et Simpler (Semi-Implicit Method for Pressure-Linker Equations Revised).

Vu cette technique, nous avons choisi l'algorithme 'SIMPLE' pour traiter le couplage vitesse-pression et le schéma de la 'loi puissance' pour la discrétisation des équations qui s'avère très efficace [3].

Le code de calcul aux volumes finis développé dans cette étude permet la résolution, en régime permanent ou transitoire, d'un système d'équations aux dérivées partielles de type elliptique. Ce code de calcul a été testé dans le cas de la convection naturelle dans les enceintes fermées inclinées et dans le cas de la convection mixte dans

les enceintes ouvertes inclinées [3]. Nos résultats ont été comparés à ceux trouvés dans la littérature [4-6]. Parmi ces travaux, on trouve l'étude de Safi et Loc [7] qui utilise une configuration carrée avec une entrée et une sortie et les travaux de C. Brun [8] dans l'étude de la convection mixte dans une chambre.

#### 4. RESULTATS ET DISCUSSION

L'écoulement à l'intérieur de la configuration de la figure 2 a été étudié en faisant varier le nombre de Rayleigh entre  $10^3$  et  $10^5$ . Le tableau 3 récapitule quelques résultats obtenus dans le cas de convection naturelle. Sur les isothermes (Fig. 4), on remarque une distribution non uniforme de température sur les parois actives, ce qui approche mieux la réalité. Sur les figures 7 et 8, on a porté les gradients  $\frac{\partial\theta_1}{\partial X}$  et  $\frac{\partial\theta_1}{\partial Y}$  respectivement. On remarque l'existence du gradient de température  $\frac{\partial\theta_1}{\partial X}$  pour  $Ra=5.0E+03$  qui était presque nulle dans le cas des conditions aux limites thermiques de parois isothermes [4-6]. Pour les autres valeurs de Ra, l'allure reste la même. Pour les gradients  $\frac{\partial\theta_1}{\partial Y}$ , on remarque un changement quantitatif seulement.

**Tableau 3:** Nu moyen à la paroi chaude dans le cas de la convection naturelle ( $l=14$ ;  $inc=60^\circ$ )

Ra	$\bar{Nu}$ isotherme	$\bar{Nu}$ non-isotherme
$5.0E+03$	1.233	1.386
$1.0E+04$	1.473	1.520
$1.0E+05$	2.775	2.836

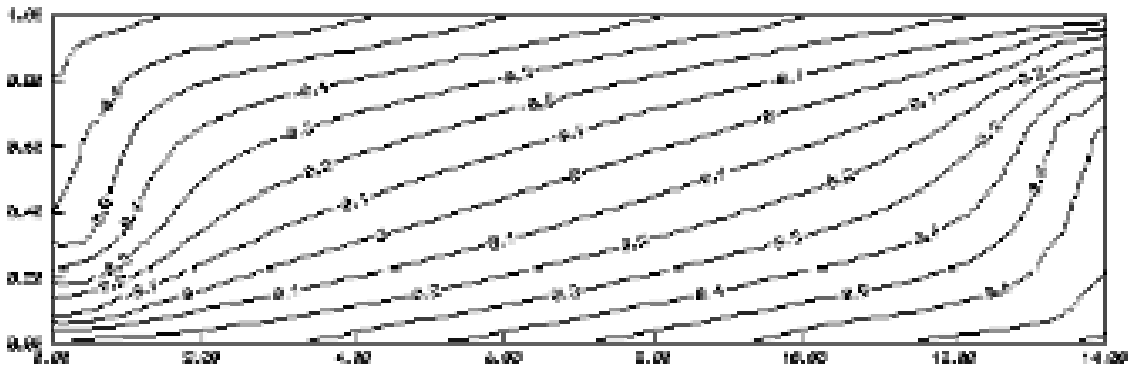


Fig. 4: Isothermes ( $l=14$  et  $inc=60^\circ$ )

Pour la deuxième enceinte (Fig. 3), l'exploitation numérique a été réalisée en faisant varier l'inclinaison  $\alpha$ . Le tableau 4 présente des résultats pour Nu moyen dans le cas de convection mixte. Les mêmes remarques que dans le cas de convection naturelle sont observées. Les figures 5 et 6 donnent un aperçu sur la distribution de température et l'écoulement sous l'effet des conditions aux limites de parois non isothermes. Les figures allant de 7 à 14 représentent les différents graphes du transfert de chaleur convectif.

**Tableau 4:** Nu moyen à la paroi chaude dans le cas de la convection mixte ( $l=14$ ;  $Re=300.0$ ;  $Ri=1.0$ )

Inc	$\bar{Nu}$ isotherme	$\bar{Nu}$ non-isotherme
$40^\circ$	1.224	1.56
$60^\circ$	1.231	1.592
$70^\circ$	1.233	1.60

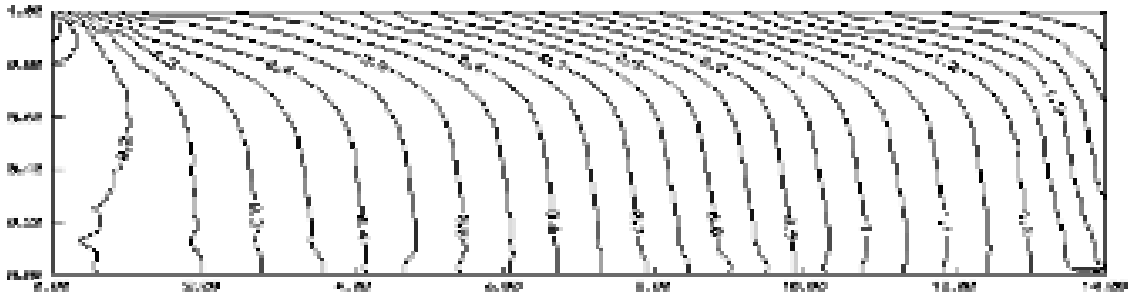


Fig. 5: Isothermes ( $l=14$ ;  $Re=300.0$ ;  $Ri=1.0$ ;  $inc=40^\circ$ )

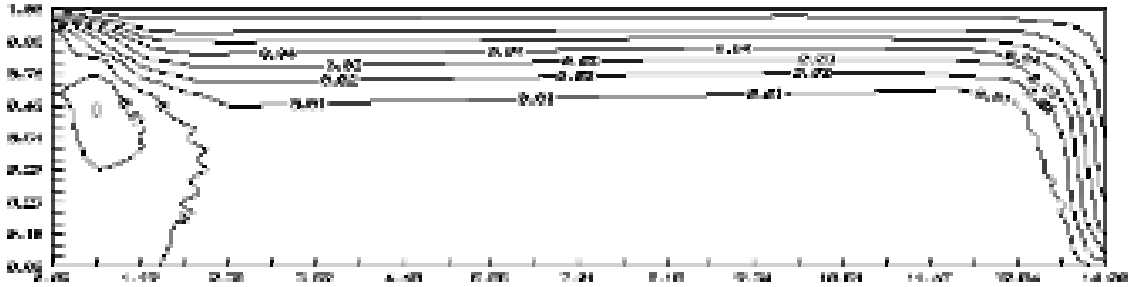


Fig. 6: Lignes de courant ( $l=14$ ;  $Re=300.0$ ;  $Ri=1.0$ ;  $inc=40^\circ$ )

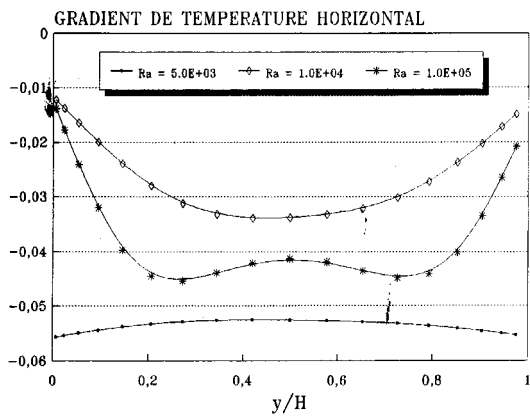


Fig. 7: Gradient de température horizontal sur le plan Médian horizontal ( $l=14$  ;  $inc=60^\circ$ )

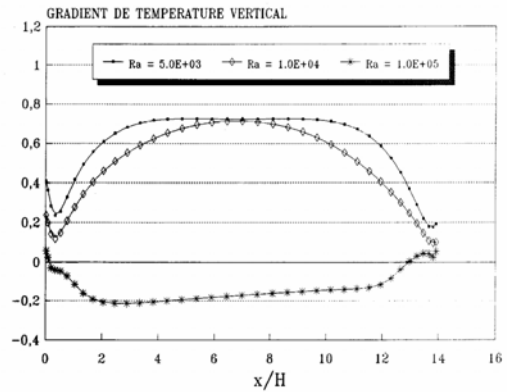


Fig. 8: Gradient de température vertical sur le plan Médian vertical ( $l=14$  ;  $inc=60^\circ$ )

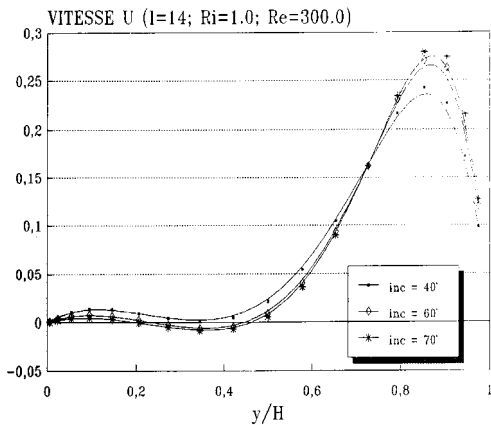


Fig. 9: Profils de vitesse longitudinaux sur le Plan médian vertical

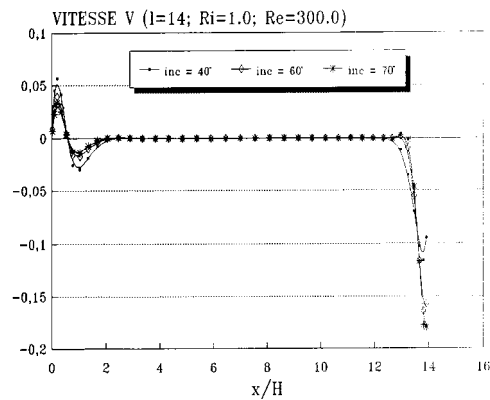


Fig. 10: Profils de vitesse transversaux sur le Plan médian horizontal

**5. CONCLUSION** On peut conclure que dans le cas des conditions aux limites de parois non-isothermes, les échanges de chaleur par convection sont plus importantes. La variation de Nu moyen est de l'ordre de 12 % par rapport à l'étude précédente. Néanmoins, la corrélation proposée dans l'étude des parois isothermes :

$$\overline{Nu} = 0.3197 \left( \frac{Ra \sin(\alpha)}{l} \right)^{0.2466}$$

peut être utilisée pour l'approximation des échanges dans le cas des conditions aux limites de parois non isothermes.

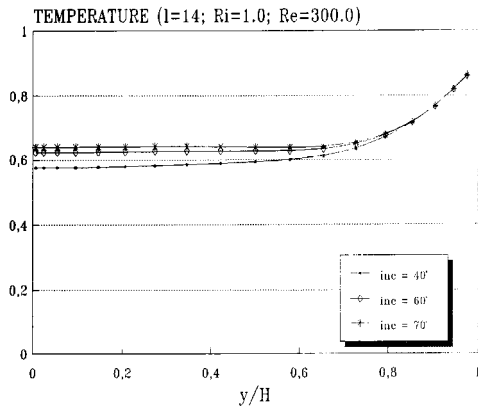


Fig. 11: Profils de température sur le plan médian Vertical

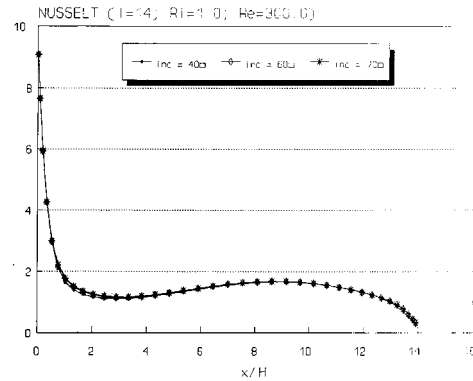


Fig. 12: Evolution de Nu le long de la paroi chaude

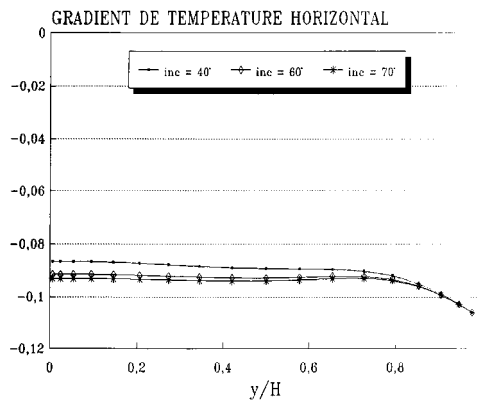


Fig. 13: Gradient de température horizontal sur le plan médian vertical (l=14 ; Re=300.0 ; Ri=1.0)

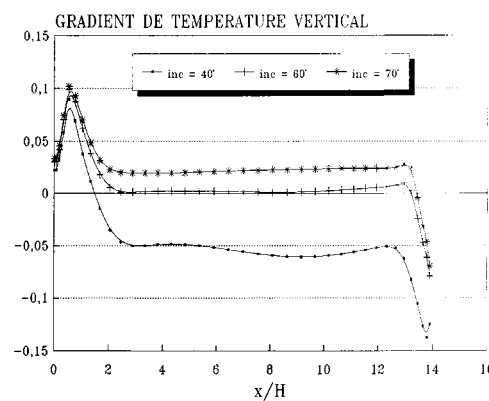


Fig. 14: Gradient de température vertical sur le plan médian horizontal (l=14 ; Re=300.0 ; Ri=1.0)

## NOMENCLATURE

d : Hauteur de l'ouverture  
 $U_1; U_2; V_1; V_2$  : Vitesses adimensionnelles  
 X ; Y : Coordonnées adimensionnelles  
 $\theta_1; \theta_2$  : Températures adimensionnelles  
 $\tau_1; \tau_2$  : Temps adimensionnelles  
 $T_c; T_f; T_i$  : Températures de la paroi chaude, froide et à l'entrée respectivement

$\alpha$  : Inclinaison de l'enceinte  
 g : Accélération de la pesanteur  
 H : Hauteur de l'enceinte  
 L : Longueur de l'enceinte  
 l : Facteur de forme L / H  
 $Nu; \overline{Nu}$  : Nombres de Nusselt local et moyen respectivement

$$\text{Nombre de Grashof } Gr = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu^2}$$

$$\text{Nombre de Reynolds } Re = \frac{\rho u_i H}{\mu}$$

$P_1 ; P_2$  : Pressions adimensionnelles

$$\text{Nombre de Richardson } Ri = \frac{g\beta H \Delta T}{u_i^2}$$

$$\text{Nombre de Rayleigh } Ra = \frac{g\beta H^3 \Delta T}{\nu \alpha}$$

$$\text{Nombre de Prandtl } Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

## REFERENCES

- [1] S.V Patankar and D.G Spalding, '*Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*', 2<sup>nd</sup> Ed, Intertext, London, 1970.
- [2] S.V. Patankar, '*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*', Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, 1980.
- [3] D. Semmar, '*Etude Numérique des Ecoulements Laminaires dans les Cavités Bidimensionnelles: Approche au Cas du Capteur Solaire à Air*', Thèse de Magister, 1995.
- [4] D. Semmar, '*Etude Numérique des Ecoulements Laminaires dans les Cavités Bidimensionnelles : Approche au Cas du Capteur Solaire Plan à Air*', pp. 712-721, JITH 1995.
- [5] D. Semmar, A Harhad et M. Khoukhi, '*Modélisation Numérique des Ecoulements Laminaires de Convection Mixte dans les Enceintes Inclinées*', 2<sup>ème</sup> Rencontre Maghrébine de Génie des Procédés, 22-25 Avril 1996, Gabès, Tunisie.
- [6] D. Semmar, '*Etude Numérique des Echanges Convectifs dans les Enceintes Fermées Inclinées*', 3<sup>ème</sup> Séminaire International sur la Physique Energétique, 12-14 Novembre 1996. Béchar. Algérie.
- [7] M.J. Safi et T.P. Loc, '*Simulation Numérique des Champs de Température et de Vitesse dans une Cuve de Stockage*', pp. 433-439, JITH 1983.
- [8] C. Brun, '*Etude Numérique d'un Ecoulement de Convection Mixte Engendré par un Jet en Espace Confiné*', Thèse de Docteur, Université de Paris VII, 1990.