

Etude Numérique de la Convection Naturelle dans une Cuve Cylindrique

A. Benkhelifa, M.A. Harhad¹ et M. Belhamel

Centre de Développement des Energies Renouvelables, B.P. 62, Route de l'Observatoire, Alger

¹ Institut de Mécanique, Université de Blida, B.P. 270, Route de Soumaa, Blida

Résumé - Dans ce présent travail, nous présentons une étude numérique de la convection naturelle en régime permanent dans une cuve cylindrique. Cette enceinte, de rapport $H/R = 1$, est chauffée au niveau de ses parois latérale et supérieure et est refroidie au niveau de sa paroi inférieure. L'écoulement est supposé bidimensionnel (axisymétrique) et laminaire. Le fluide considéré est de l'eau. Le modèle numérique développé a été résolu par l'algorithme SIMPLE en utilisant un schéma d'approximation de la "loi de puissance". L'influence du nombre de Rayleigh, sur le transfert thermique et le champ dynamique, a été analysée.

Abstract - In the work, we present a numerical study of the natural convection, in steady operation in a cylindrical tank. This enclosure, of report of form $H/R = 1$, is heated on the level of us wall side and higher and is cooled on the level wall. The flow is supposed to be two-dimensional (axisymmetric) and laminar. The fluid considered is water. The developed digital model was solved by the SIMPLE algorithm by using a diagram of approximation of the "law of power". The influence of the number of Rayleigh, on the thermal transfer and the dynamic field, was analysed.

Mots clés: Energie solaire – Stockage thermique – Convection naturelle – Volumes finis.

1. INTRODUCTION

La convection naturelle en milieu confiné a beaucoup d'applications dans de nombreux domaines : le double vitrage, l'isolation thermique dans l'habitat, la ventilation des chambres, le refroidissement des composants électriques, etc. Dans l'ingénierie, ce phénomène joue particulièrement un rôle capital dans les performances des collecteurs solaires et des systèmes de refroidissement des réacteurs nucléaires.

Les premiers travaux dans ce domaine datent de 1942 (travaux de W. Elenbass) [1]. Depuis lors, les recherches ont incroyablement progressé. On peut citer pour cela les revues bibliographiques données par Ostrach [2], Catton [3] et Shih [4]. Concernant les enceintes cylindriques, plusieurs auteurs ont essayé de traiter ce phénomène, qui va du cas où la cuve est chauffée au niveau de l'une de ses parois circulaires, au cas où elle est chauffée au niveau de sa paroi latérale [5-7].

Dans cet objectif et moyennant la procédure numérique des volumes finis, nous avons étudié la convection naturelle en régime permanent dans une cuve de stockage disposé verticalement. Cette enceinte, de rapport de forme égal à l'unité ($H/R=1$), est chauffée au niveau de ses parois latérale et supérieure et est refroidie au niveau de sa paroi inférieure.

2. FORMULATION

L'écoulement de convection naturelle, en régime permanent, est supposé laminaire. Il est régi par les équations de conservation de masse de force de pesanteur. Nous supposons enfin que la dissipation visqueuse est négligée dans l'équation du bilan thermique.

Moyennant ces hypothèses et en utilisant les variables réduites suivantes :

$$x = \frac{x^+}{H} \quad y = \frac{y^+}{H} \quad u = \frac{u^+}{V_r} \quad v = \frac{v^+}{V_r} \quad T = \frac{T^+ - T_c}{\Delta T} \quad P = \frac{P^+}{\rho V_c^2} \quad V_r = \sqrt{g \beta \Delta T H}$$

Les équations régissant l'écoulement peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\frac{1}{r^i} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r^i u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (r^i v \phi) - \Gamma_\phi \frac{\partial}{\partial x} (r^i \frac{\partial \phi}{\partial x}) - \Gamma_\phi \frac{\partial}{\partial y} (r^i \frac{\partial \phi}{\partial y}) \right] = S_\phi \quad (1)$$

où l'exposant i prend la valeur 0 pour un écoulement plan et la valeur 1 ($x \equiv r$) pour un écoulement axisymétrique.

Les expressions de ϕ , Γ_ϕ et S_ϕ sont données dans le tableau 1.

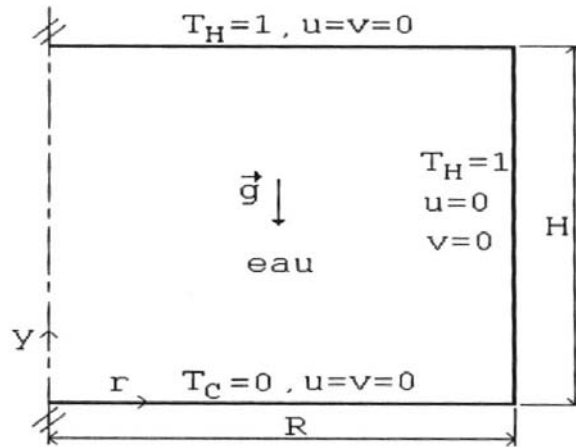


Fig. 1: Schéma de la cuve de stockage à étudier ($Pr = 3.01$, $H = R$)

Tableau 1: Expressions de Γ_ϕ et S_ϕ

Equation :	ϕ	Γ_ϕ	Terme source S_ϕ
- de continuité	1	0	0
- de quantité de mouvement suivant x	U	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$-\frac{\partial P}{\partial y} - i \frac{u}{r^2} \Gamma_\phi$
- de quantité de mouvement suivant y	v	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$-\frac{\partial P}{\partial y} + T$
- d'énergie	T	$\frac{1}{Gr^{0.5} Pr}$	0

3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les différentes équations ont été discrétisées moyennant la procédure numérique des volumes finis et le schéma d'approximation utilisé est celui de la "loi de puissance". Le système d'équations ainsi discrétisées a été résolu par l'algorithme "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) [5, 6].

Nous avons étudié l'effet du nombre de Rayleigh sur le comportement dynamique et thermique du fluide dans la cuve. Pour cela, nous avons considéré des valeurs du nombre de Rayleigh allant de 10. jusqu'à 4.E+9 ($10. \leq Ra \leq 4.E+9$). La cuve, de rapport de forme égal à l'unité ($H/R=1$), est remplie initialement d'eau froide qui se trouve à une température uniforme ($Pr = 3.01$).

Il faut noter aussi que les résultats ont été obtenus en utilisant un maillage non uniforme de 41x41 nœuds.

3.1 Analyse du champ thermique

En examinant la figure 2, nous constatons que plus le nombre de Rayleigh augmente plus la variation de la température, suivant le rayon r, tend vers 0 (excepté tout près de la paroi latérale). Ceci favorise la stratification thermique. Nous constatons aussi l'apparition d'une zone dont la température est pratiquement uniforme ($T_H = 1.$). Cette zone atteint les 4/5 du volume de la cuve à $Ra = 1.E+9$.

3.2 Analyse du champ dynamique

Pour ce qui est du champ de vitesses, nous remarquons que le centre du tourbillon se déplace vers le coin bas de la paroi latérale. Pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh, ce tourbillon disparaît (Fig. 3). Nous constatons aussi que le module de la vitesse atteint un maximum aux alentours de $Ra=1.E+5$, puis il commence à diminuer avec l'augmentation de Ra et le fluide devient pratiquement immobile. A ce niveau là, on peut dire que le transfert de chaleur, entre strates, se fait par conduction (Tableau 2).

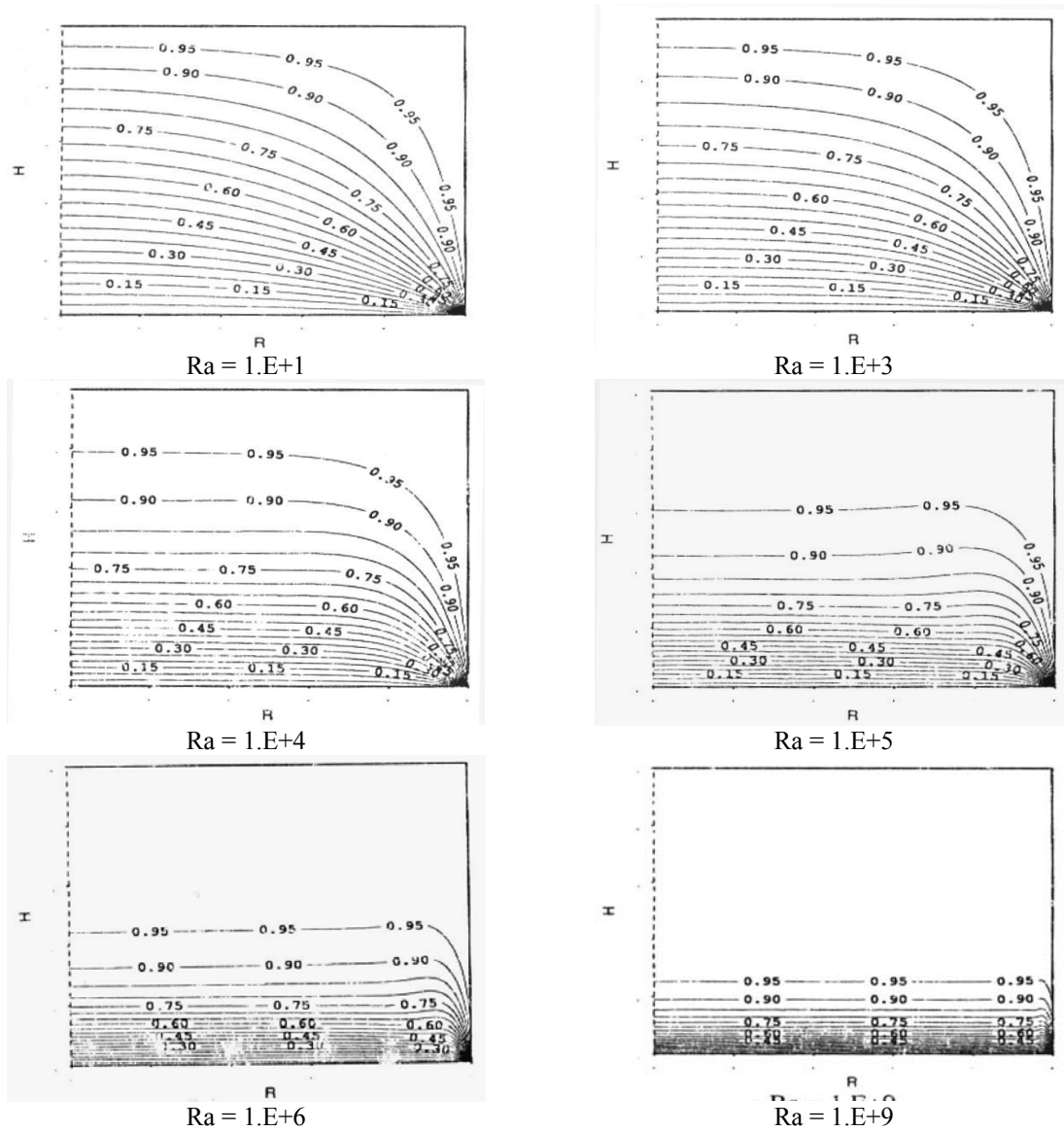


Fig. 2: Evolution des isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

3.3 Analyse du transfert de chaleur

Pour analyser le transfert de chaleur entre les différentes parois et le fluide adjacent, nous avons défini, au niveau de chaque paroi, un nombre de Nusselt moyen :

- Paroi latérale

$$\overline{Nu}_{lat} = \frac{1}{\Delta T H} \int_0^H \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} dy \quad (2)$$

- Paroi supérieure

$$\overline{Nu}_{sup} = \frac{2}{\Delta T R^2} \int_0^R \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=R} r dr \quad (3)$$

- Paroi inférieure

$$\overline{Nu}_{inf} = \frac{2}{\Delta T R^2} \int_0^R \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} r dr \quad (4)$$

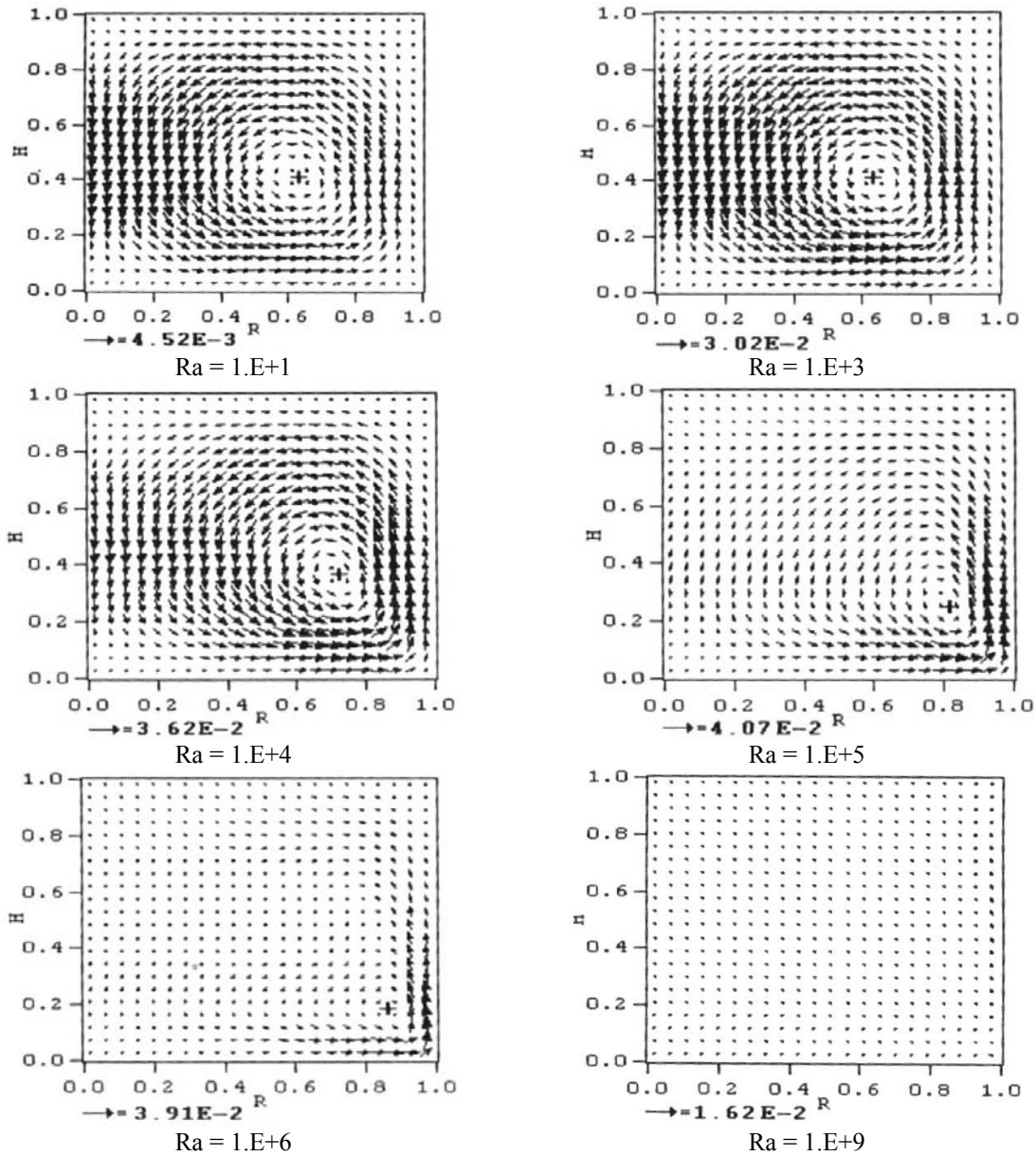


Fig. 3: Evolution du champ des vitesses pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

L'examen de la figure 4 nous montre que le transfert de chaleur au niveau de la paroi inférieure (paroi froide) est le plus important. Au niveau de la paroi supérieure, ce transfert est beaucoup plus faible (tend pratiquement vers 0). On peut dire que cette paroi se comporte comme si elle était adiabatique.

Afin de mieux interpréter ce transfert de chaleur, nous avons établi deux corrélations donnant le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh et ce, pour des valeurs de Ra comprises entre 10. et 4.E+9 :

- Paroi latérale

$$\overline{Nu}_{lat} = -1.238946 + 0.386848 \log(Ra + 78642.37) \quad (5)$$

- Paroi inférieure

$$\overline{Nu}_{inf} = -1.358144 + 0.648172 \log(Ra + 74418.64) \quad (6)$$

Tableau 2: Vitesse maximale pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

Ra	10.	1.E+2	1.E+3	5.E+4	1.E+5	5.E+5	1.E+6	1.E+9
V _{max}	4.52E-3	3.02E-2	3.62E-2	3.96E-2	4.07E-2	3.98E-2	3.91E-2	1.62E-2

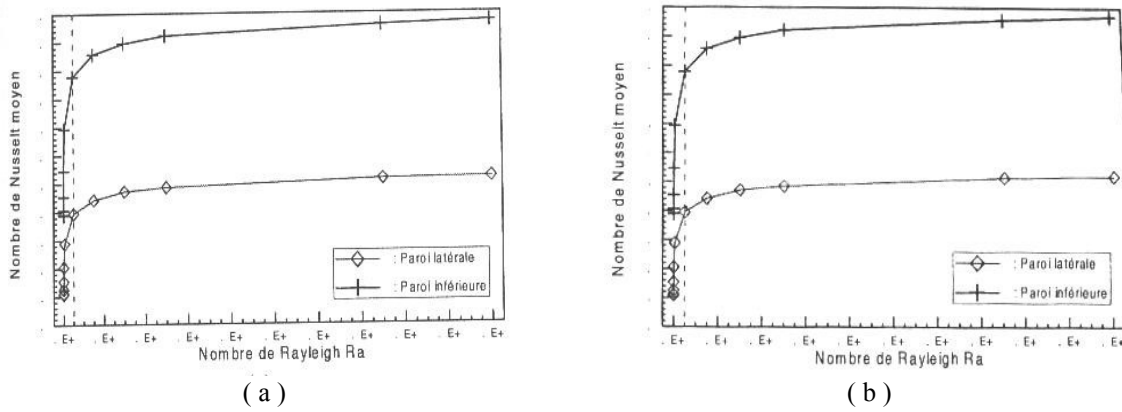


Fig. 4: Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh

NOMENCLATURE

C_p	Chaleur massique à pression constante (J/kgK)	v	Vitesse adimensionnelle suivant la direction y
g	Accélération de la pesanteur (m/s^2)	V_{max}	Vitesse maximale $\{ V_{max} = \sqrt{(u^2 + v^2)} \}$
Gr	Nombre de Grashof	V_r	Vitesse de référence $\{ V_r = \sqrt{g \beta \Delta T H} \}$
H	Hauteur de la cavité	x, y	Variables indépendantes adimensionnelles
K	Conductivité thermique (W/mK)	ΔT	Ecart de température ($\Delta T = T_H - T_C$)
\overline{Nu}_{sup}	Nombre de Nusselt moyen (paroi supérieure)	β	Coefficient de dilatation volumique à pression constante
\overline{Nu}_{inf}	Nombre de Nusselt moyen (paroi inférieure)	Γ_ϕ	Coefficient de diffusion relatif à la variable ϕ
\overline{Nu}_{lat}	Nombre de Nusselt moyen (paroi latérale)	μ	Viscosité dynamique (kgm/s)
P	Pression adimensionnelle	ρ	Masse volumique du fluide (kg/m^3)
Pr	Nombre de Prandtl	ϕ	Variable dépendante adimensionnelle
R	Rayon de la cuve cylindrique		Indice inférieur
r	Variable indépendante adimensionnelle	R	Relatif à une grandeur de référence
Ra	Nombre de Rayleigh		Indice supérieur
S_ϕ	Terme source relatif à la variable ϕ	$+$	Relatif à la grandeur réelle
T	Température adimensionnelle	H	Relatif à la paroi chaude
u	Vitesse adimensionnelle suivant x (ou r)	C	Relatif à la paroi froide

REFERENCES

- [1] G. Meyer, "Modélisation Mathématique et Physique de la Convection Naturelle Laminaire en Milieu Confiné", Ecole d'été sur la Convection Naturelle en Milieu Confiné, Lab. CNRS, Meudon, France, 1982.
- [2] S. Ostrach, "Natural Convection in Enclosures", Adv. Heat Transfer, Vol. 8, pp. 161-227, 1972.
- [3] I. Catton, "Natural Convection in Enclosures", Keynote Paper, Proc. 6th Int. Heat Transfer. Conf., Vol. 6, pp. 13-43, 1979, Toronto, 1978.
- [4] T.M. Shih, "A Literature Survey on Numerical Heat Transfer", Numerical Heat Transfer. Vol. 5, pp. 369-420, 1982.
- [5] S.H. Yin, J.Y. Lay and J. Hwang, "Natural Convection Heat Transfer in Vertical Cylindrical Enclosures", Proc. Nat. Sci. Council. Mon. Roc., Vol. 2, N°4, pp. 424-430, 1978.
- [6] D.Y. Huang and S.S. Hsieh, "Analysis of Natural Convection in a Cylindrical Enclosures", Numerical Heat Transfer, Vol. 12, pp. 121-135, 1987.
- [7] S. Schneider and J. Straub, "Laminar Natural Convection in a Cylindrical Enclosures with Different End Temperatures", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 35, N°2, pp. 545-557, 1992.
- [8] S.V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington, D.C., U.S.A., 1980.
- [9] A. Benkhelifa, "Etude Numérique de la Stratification Thermique dans une Cuve de Stockage Cylindrique", Thèse de Magister, C.D.E.R., Bouzaréah, Alger, Algérie, 1994.