

Simulation du phénomène de relaxation dans un écoulement réactif pariétal derrière un choc fort

A. Boulahia^{1*}, M. Belkhiri¹, M. Afrid²

¹ Institut des Sciences Technologiques, Université Larbi Ben M'Hidi, Oum El Bouaghi, Algérie

² Laboratoire de Physique Energétique, Université des Frères Mentouri, Constantine, Algérie

Résumé – Les écoulements hors équilibres produits dans la couche de choc visqueux autour d'un corps émoussé constituent un problème classique dans la théorie des écoulements hypersoniques. Ils sont caractérisés par un niveau très élevé d'énergie. La température élevée peut conduire à un déséquilibre thermo-chimique, accompagné par des réactions chimiques et d'une relaxation vibrationnelle. Ces effets sont d'une importance primordiale dans l'évaluation de l'échauffement pariétal du corps et peuvent affecter l'ensemble des caractéristiques de l'écoulement. Par conséquent, il s'avère intéressant de développer une simulation de la couche de choc complète sur une géométrie bidimensionnelles plans ou axisymétriques; afin d'étudier le phénomène de relaxation, et les réactions chimiques dans la couche de choc; ainsi que leurs influences sur le flux de chaleur, la pression, les contraintes et les concentrations de certaines espèces, et d'autre part l'analyse de la sensibilité de la couche limite hypersonique par rapport à la température de la paroi, et aux différents modèles de représentation des réactions chimiques. La modélisation adoptée conduit aux équations de Navier- Stokes étendues à un mélange de gaz réactifs et l'approximation dite de couche mince est introduite. Les résultats de la théorie cinétique des gaz simplifiés ont été utilisés grâce à certains modèles chimiques (Gardiner, Nasa et Park) et un modèle polynomial de la représentation thermodynamique du système a été choisi en tenant compte de l'ensemble des contributions (translation, rotation et vibration). Quant à la résolution numérique, elle s'est appuyée sur la classe de schémas implicites à propriété TVD (Harten-Yee et Yee-Roe-Davis), dont le but est la capture des ondes de chocs sans introduction d'oscillations parasites, tout en assurant une bonne précision de la solution.

Abstract - Non equilibrium viscous shock layer flows produced around a blunt body constitute a standard problem in hypersonic flows theory. These flows are characterized by a very high level of energy. The high temperature can lead to a thermo chemical non equilibrium, which is accompanied by chemical reactions and vibrational relaxation. These effects are of paramount importance in evaluating the parietal overheating body and can affect all aspects of the flow. Therefore, it is interesting to develop a simulation of the entire shock layer on a two-dimensional plans or axisymmetric configuration; in order to study the relaxation phenomenon, and chemical reactions in the shock layer as well as their influences on heat flux, pressure, constraints and concentrations of certain species, and in the other hand the sensitivity analysis of hypersonic boundary layer compared to the temperature of the wall, and various models representation of chemical reactions. . The Modelling adopted leads to the Navier-Stokes equations extended to a mixture of reactive gases and thin layer approximation is introduced. The results of the kinetic theory of gases were used simplified through some chemical models (Gardiner, NASA, and Park) and a polynomial model of the representation of the thermodynamic system was chosen taking into account all contributions (translation, rotation and vibration). As for the numerical solution it relied on implicit schemes class of TVD property (Harten-Yee and Yee-Roe-Davis) whose aim is shock waves capture without introducing parasitic oscillation while ensuring good accuracy of the solution.

* all_boulahia@yahoo.fr _ Malki_Belkhiri@yahoo.fr _ Afrid.Mohamed@gmail.com

Keywords: Modelling - Simulation - Hypersonic and reactive flows - Gas dynamics - Shock waves - Boundary layers – Aero thermo chemistry.

1. INTRODUCTION

Le développement des grands projets de véhicules spatiaux a entraîné un regain d'intérêt pour le domaine hypersonique. Une des contraintes majeures intervenant dans la conception d'un véhicule hypersonique est liée à l'échauffement de la paroi. Différentes causes sont à l'origine de cet échauffement, parmi lesquelles nous pouvons citer: la dissipation visqueuse dans les couches limites, le rayonnement thermique, la présence d'ondes de chocs fortes, la transition vers la turbulence et les instabilités (Görtler) sur les parois courbées et les effets de thermo chimie dont une attention particulière leur a été portée dans cette étude.

Au cours d'une rentrée atmosphérique, une onde de choc forte, détachée entoure l'appareil. A travers cette onde de choc, l'air est brusquement ralenti et une grande part de l'énergie cinétique se transforme en énergie thermique. Et de ce fait, la température régnant dans l'écoulement devient très élevée. Les conséquences de hauts niveaux de température sont multiples, on peut relever en particulier:

1- Une modification des propriétés thermodynamiques de l'air due à l'excitation des degrés de liberté internes des particules (l'air ne peut plus être assimilé à un gaz idéal). L'énergie interne ou enthalpie ne sont plus simplement proportionnelle à la température. Il faut prendre en compte les différents modes de stockage d'énergie d'une molécule (translation, rotation, excitation électronique et vibration),

2- L'apparition de réactions chimiques entre les différents composants de l'air (dissociation et ionisation). Le retour à l'état d'équilibre (thermodynamique ou chimique) s'effectue par l'intermédiaire des collisions entre particules. On peut d'ores et déjà souligner que l'écoulement peut être localement en déséquilibre chimique et thermodynamique. En effet, compte tenu des vitesses et des températures mises en jeu, l'ajustement vers l'état d'équilibre des propriétés thermodynamiques ou de la composition chimique, peut demander un temps similaire au temps de déplacement du fluide dans une zone donnée de l'écoulement. D'autre part, pour des nombres de Mach hypersoniques, la couche de choc (zone comprise entre l'onde de choc et la paroi de l'appareil) est mince, l'onde de choc est collée à la paroi.

Dans la région du nez, la courbure de l'onde est très intense et conduit à la présence d'une couche entropique, siège de forts gradients d'entropie qui affecte le développement de la couche limite. Une autre conséquence des valeurs élevées du nombre de Mach, liée également aux valeurs faibles ou modérées des nombres de Reynolds des écoulements considérés, est l'existence de zones de forte interaction visqueuse due à l'épaississement de la couche limite et à la faible épaisseur de la couche de choc.

Un autre effet important de l'écoulement d'un mélange gazeux est la participation de la paroi aux réactions chimiques du mélange gazeux. Le pouvoir catalytique de la paroi influe sur le flux de chaleur pariétal, car la composition du mélange est localement modifiée à la paroi. D'une part, l'état énergétique du mélange gazeux, d'autre part, les gradients de concentrations donc le transport par diffusion des espèces est changé [14].

Dans le cadre des limitations résumées précédemment, on a donc développé des méthodes de simulation de calcul de couche limite hypersonique avec effet de gaz réel, générées par des écoulements avec flux de chaleur pariétaux autour de corps émoussés.

On a porté l'attention plus particulièrement sur l'influence des modèles utilisés pour décrire les effets de gaz réel, à savoir: les modèles des réactions chimiques, de thermodynamique et de coefficients de transport.

2. MODELISATION

Pour des applications hypersoniques de type rentrée atmosphérique, nous avons opté d'étudier la résolution numérique des équations de Navier–Stokes pour un écoulement bidimensionnel (plan et axisymétrique), laminaire, en déséquilibre chimique.

Nous avons par ailleurs fait l'hypothèse d'un écoulement à l'équilibre vibrationnel pour simplifier notablement le problème et d'en limiter la taille. En contre partie, les températures juste derrière l'onde de choc sont plus élevées que dans le cas du déséquilibre thermique où la température de vibration reste figée à travers l'onde de choc et les taux de production chimiques sont surestimés près de l'onde de choc [25].

D'autre part, les phénomènes d'ionisation ont été négligés: pour des vitesses amont jusqu'à 6000 ms^{-1} , seul le monoxyde d'azote est concerné, le taux d'ionisation étant de l'ordre de 1 % [23]. La présence d'électrons libres a peu d'influence sur l'écoulement, mais peut conduire à des effets de 'black out' qui sont en dehors de ce travail.

De même, le rayonnement ne devient important qu'à partir de 8000 ms^{-1} [Chapman] et ne pourra être étudié ici. L'air est donc considéré comme un mélange de cinq gaz parfaits (N_2 , O_2 , N, O, NO) en déséquilibre chimique.

Enfin, les écoulements étudiés présentent une direction privilégiée (la direction longitudinale) selon laquelle les gradients intervenant dans les termes visqueux sont faibles devant les gradients transversaux et seront négligés.

Ainsi, nous allons présenter les équations qui gouvernent l'écoulement, puis nous donnons la représentation thermodynamique du mélange. Chaque constituant suit en effet une loi d'état qui prend en compte les dérivations par rapport à un gaz idéal.

Ensuite notre intérêt sera dirigé vers les coefficients de transport dont l'expression a été modifiée pour tenir compte des hautes températures avant d'aborder la cinétique chimique et l'étude de certains modèles chimiques simplifiés (Park, Gardiner, Nasa), [7, 15].

Le phénomène de catalyse est décrit, car dans le cas d'écoulements réactifs, la paroi peut participer aux réactions chimiques. Enfin nous dressons le bilan récapitulant le jeu final d'équations à étudier, les équations de l'aérothermochimie sont souvent appelées et par souci de clarté, équations de Navier-Stokes étendues à des écoulements réactifs. [5, 18, 22, 24].

En définissant la vitesse moyenne et la masse volumique de l'écoulement

$$\mathbf{u} = \sum_{I=1}^{ns} \frac{\rho_I}{\rho} \mathbf{u}_I ; \quad \mathbf{v} = \sum_{I=1}^{ns} \frac{\rho_I}{\rho} \mathbf{v}_I ; \quad \rho = \sum_{I=1}^{ns} \rho_I \quad (1)$$

L'équation de bilan s'écrit alors sous la forme:

$$\frac{\partial \rho_I}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_I \mathbf{u})}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_I \mathbf{v})}{\partial y} = - \frac{\partial (\rho_I \mathbf{u}_{DI})}{\partial x} - \frac{\partial (\rho_I \mathbf{v}_{DI})}{\partial y} + \omega_I \quad (2)$$

La sommation de toutes les équations de bilan conduit à l'équation de conservation de la masse totale:

$$\sum_{I=1}^{ns} \omega_I = 0 \quad (3)$$

La sommation des équations de quantité de mouvement élémentaires conduit à:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} &= -\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + P)}{\partial y} &= -\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \end{aligned} \quad (4)$$

où τ est connu pour les équations de Navier–Stokes sous la formulation suivante:

$$\tau_{ij} = -\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^2 \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right) \quad (5)$$

L'équation de conservation de l'énergie totale du mélange est obtenue de façon similaire, par sommation des équations pour chacune des énergies partielles:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial[u(E + P)]}{\partial x} + \frac{\partial[v(E + P)]}{\partial y} &= \\ -\frac{\partial \phi_x}{\partial x} - \frac{\partial \phi_y}{\partial y} - \frac{\partial(u \tau_{xx} + v \tau_{xy})}{\partial x} - \frac{\partial(u \tau_{yx} + v \tau_{yy})}{\partial y} \end{aligned} \quad (6)$$

On obtient ainsi un système fermé de $ns + 3$ équations pour $ns+3$ inconnues ($\rho_I, \dots, \rho_{ns}, \rho_u, \rho_v, E$), à condition de modéliser les termes de diffusion par:

$$\vec{\phi} = -\frac{\mu}{Pr} \left(C_{Pf} \overrightarrow{\text{grad}} T + Le \sum_{I=1}^{ns} h_I \overrightarrow{\text{grad}} C_I \right) \quad (7)$$

Les termes de productions chimiques ω_I qui font appel à la fois à la cinétique chimique théorique (théorie des collisions) et aux résultats expérimentaux que l'on peut déterminer à partir des réactions du type:



soit:

$$\omega_I = M_I \sum_r \left(v_I' - v_I'' \right) \left[K_{ir} \prod_j n_j^{v_j''} - K_{dr} \prod_j n_j^{v_j'} \right] \quad (9)$$

et donner la représentation thermodynamique du système suivant un modèle polynomial qui tient compte de l'ensemble des contributions, et relie l'enthalpie, la température, les fractions massiques et l'énergie internes du mélange. Leurs coefficients sont déterminés par interpolation à partir des données des tables de Balakrishnan [2].

$$\begin{aligned} C_{pI} &= R_I \left(a_{1I} + a_{2I} T + a_{3I} T^2 + a_{4I} T^3 + a_{5I} T^4 \right) \\ h_I &= R_I \left(a_{1I} T + \frac{a_{2I}}{2} T^2 + \frac{a_{3I}}{3} T^3 + \frac{a_{4I}}{4} T^4 + \frac{a_{5I}}{5} T^5 + a_{6I} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Quant à l'équation d'état, sa formulation est donnée conformément à la loi de Dalton, à savoir:

$$P = \left(\sum_{I=1}^{ns} \rho_I R_I \right) T \quad (11)$$

Nous allons maintenant établir le jeu final d'équations à discrétiser. Une forme commune aux écoulements bidimensionnels plans et axisymétriques a été adoptée en introduisant un paramètre a , lequel sera nul dans le cas plan et sera égal à 1 en axisymétrique. Les équations de Navier-Stokes pour un mélange réactif s'écrivent alors:

$$\frac{\partial(y^a U)}{\partial t} + \frac{\partial(y^a F)}{\partial x} + \frac{\partial(y^a G)}{\partial y} + aP = \frac{\partial(y^a F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(y^a G_v)}{\partial y} + aH_v + y^a S \quad (12)$$

Avec

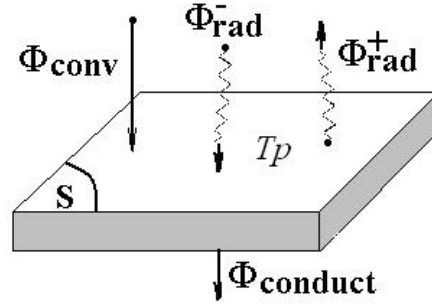
$$U = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_{ns} \\ \rho_u \\ \rho_v \\ E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho_1 u \\ \rho_2 u \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_{ns} u \\ \rho_u^2 + P \\ \rho_v u \\ u(E+P) \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho_1 u \\ \rho_2 u \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_{ns} u \\ \rho_u^2 + P \\ \rho_v u \\ u(E+P) \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix}, \quad H_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ \mu \left(\frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{4}{3} \frac{v}{y} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$F_v = \mu \begin{pmatrix} \frac{Le}{Pr} \frac{\partial C_1}{\partial x} \\ \frac{Le}{Pr} \frac{\partial C_2}{\partial x} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{Le}{Pr} \frac{\partial C_{ns}}{\partial x} \\ \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2a}{3} \frac{v}{y} \\ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{Pr} \left((1-Le) C_{pf} \frac{\partial T}{\partial x} + Le \frac{\partial h}{\partial x} \right) \\ + u \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2a}{3} \frac{v}{y} \right) \\ + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{pmatrix}, \quad G_v = \mu \begin{pmatrix} \frac{Le}{Pr} \frac{\partial C_1}{\partial y} \\ \frac{Le}{Pr} \frac{\partial C_2}{\partial y} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{Le}{Pr} \frac{\partial C_{ns}}{\partial y} \\ \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2a}{3} \frac{v}{y} \\ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{Pr} \left((1-Le) C_{pf} \frac{\partial T}{\partial y} + Le \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ + v \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2a}{3} \frac{v}{y} \right) \\ + u \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \omega_{ns} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

3. CONDITIONS AUX LIMITES A LA PAROI

Il a été observé que pendant une phase importante du vol, la température restait quasiment constante en fonction du temps. On en déduit que la paroi est en équilibre thermique et on peut écrire que la condition d'équilibre [1, 2] est:

$$m C_v = \frac{\partial T_p}{\partial t} = S \left(\phi_{conversion} + \left(\phi^- + \phi^+ \right)_{radiation} + \phi_{conduction} \right) \quad (15)$$



La radiation de l'atmosphère et la radiation de la couche limite sont négligées devant la convection. Comme on peut considérer que la conduction peut être aussi négligée, puisque l'élément est un isolant thermique. Il reste dans ce cas:

$$-\phi_{\text{convection}} = \phi_{\text{radiation}}^+ = \varepsilon \times \sigma \times T_p^4 \quad (16)$$

Lorsque le glissement n'est pas pris en compte (nombre de Knudsen, $Kn \ll 1$), on utilise la condition: $\vec{n} \times \vec{\phi} = 0$. Les conditions précédentes imposent $ns+2$ relations à la paroi. La relation manquante est obtenue à partir de l'équation de quantité de mouvement, selon la direction normale à la paroi. Par conséquent, l'équation devient:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{4}{3} \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (17)$$

A nombre de Reynolds Re élevé, la pression pouvait être extrapolée à partir de la condition de type couche limite: $\partial P / \partial n = 0$. Pour déterminer le taux de catalyse, on suppose que toute l'énergie libérée par la recombinaison atomique est transmise à la paroi et la formule associée au taux de recombinaison catalytique [8, 19] est donnée par:

$$K_{Pa} = \frac{2\gamma_a}{\gamma_a - 1} \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_a}} \quad (18)$$

Tel que γ_a dépend de l'espèce atomique, du matériau de surface et de la température. Dans ce travail, nous avons adopté les conditions aux limites suivantes:

- Pour une paroi non catalytique, $\partial C_I / \partial n = 0$ (loi de Fick pour le flux de diffusion massique)
- Pour une paroi totalement catalytique $C_I = C_{Ieq}$ (eq indique les grandeurs à l'équilibre chimique).

4. FORMULATION NUMERIQUE

La méthode des volumes finis a été retenue pour résoudre numériquement le système. Le choix d'un traitement totalement implicite et complètement couplé des contributions non visqueuses, visqueuses, et les termes sources a engendré une résolution de toutes les équations simultanément [4, 14, 27, 29]. La discrétisation des termes de diffusion a été réalisée selon un schéma centré. Le terme S (taux de production chimiques des espèces) est discrétisé à l'interface et enfin le terme source supplémentaire P apparaissant en axisymétrie est évalué au nœud [9, 16].

Après avoir fait une étude synthétique sur les schémas numériques existants: Lax - Friedrichs [19], Lax – Wendroff [19], décentré upwind, Murman-Roe, Godunov [13, 17]..., la classe de schémas à propriété TVD [4, 20, 21, 26] (Total Variation Diminishing) avec la notion de modification avec limiteurs de flux décentrés de Harten *et al.* [10, 11] et centrés de Yee–Roe–Davis [27, 29] pour la discrétisation des termes convectifs a été adoptée. Ils permettent en effet de capturer les ondes de chocs sans introduire d'oscillations parasites tout en assurant une bonne précision de la solution [28]. Une forme implicite linéarisée a été obtenue à partir du système implicite non linéarisé déjà préétabli. L'approche conservative a été utilisée pour les termes convectifs. Pour les autres contributions, la linéarisation a été effectuée en écrivant un développement de Taylor.

Nous rappelons ici que le système formé des équations de Navier–Stokes instationnaires dans l'approximation de couches minces a été discrétisé de façon implicite en temps puis linéarisé. Et qu'à partir d'une solution initiale, la recherche de la solution stationnaire du problème s'effectue à l'aide d'une marche en temps, de pas Δt , et nécessite la résolution du système linéaire à chaque pas de temps. Enfin Pour résoudre le système linéaire, on a opté pour l'emploi de la méthode de relaxation par ligne dans la direction ξ .

5. RESULTATS ET INTERPRETATIONS

Nous allons aborder maintenant la présentation des résultats en application des techniques mises en œuvre pour l'étude de l'écoulement sur la partie pariétale intrados d'un véhicule spatial pour des conditions à l'infini amont variées. Ce cas dit test de validation concerne l'étude de la relaxation d'un écoulement réactif sur une plaque plane. L'air est considéré comme un mélange gazeux de cinq gaz parfaits (N_2 , O_2 , N , O , NO) en déséquilibre chimique. Une série de trois jeux de conditions à l'infini amont définissant un écoulement hors équilibre, a été étudiée et les valeurs numériques sont rassemblées dans le **Tableau 1**. Ces conditions ne diffèrent que par la pression à l'infini, toutes les autres grandeurs étant constantes. Les différents écoulements sont bien continus, les nombres de Knudsen rapportés à la longueur de la plaque valant respectivement: 3.5×10^{-5} , 3.5×10^{-6} et 6.5×10^{-7} .

Ces trois cas de simulations permettent de couvrir le domaine des écoulements presque figés au domaine des écoulements en quasi équilibre chimique. En effet, en reprenant les résultats de Cousteix [12], le temps caractéristique de la convection $t_\infty = L/U$ demeure constant pour la même plaque, si la vitesse reste identique et le temps caractéristique de la production est proportionnel à $1/\rho$ à température fixée:

$$1/t_p = (C_M / M_M) \cdot \rho \cdot A_c T^{B_c} \cdot \exp(-\theta_c / T) \quad (19)$$

Tableau 1: Conditions de calcul (plaque plane)

Paramètres de calcul		
$T_\infty = 8000 \text{ K}$	$U_\infty = 3000 \text{ m/s}$	$C_{N_{2\infty}} = 0.767$
$C_{O_{2\infty}} = 0.233$	$C_{NO_\infty} = 0$	$C_{N_\infty} = 0$
$C_{O_\infty} = 0$	$T_P = 1500 \text{ K}$	$L_{\text{ref}} = 1.0 \text{ m}$

Tableau 1: Conditions de calcul (suite)

	Cas1	Cas2	Cas3
P_{∞} (Pa)	10^4	10^3	10^2
t_{conv} (s)	3.3×10^{-4}	3.3×10^{-4}	3.3×10^{-4}
t_p (N ₂) (s)	5.5×10^{-3}	5.5×10^{-2}	5.5×10^{-1}
t_p (O ₂) (s)	1.6×10^{-5}	1.6×10^{-4}	1.6×10^{-3}
t_{conv} / t_p (O ₂)	22	2.2	0.22

Lorsque la pression (et par conséquent la masse volumique) augmente, le temps caractéristique de la production chimique diminue et l'on se rapproche de l'équilibre chimique.

Le même maillage a été utilisé dans les deux premiers cas, un maillage de dimension supérieure a été dessiné pour le troisième cas. Ils sont décrits dans le **Tableau 2**.

Tableau 2: Caractéristiques des maillages (plaque plane)

Cas	N_x	N_y	Δy_1 (m)	Δy_{max} (m)	$\Delta y_1 / \Delta y_{\text{max}}$	Δx_1 (m)	r
1, 2	80	69	3×10^{-6}	6×10^{-3}	5×10^{-4}	2.3×10^{-4}	1.3×10^{-2}
3	80	64	1.7×10^{-5}	1.8×10^{-2}	10^{-3}	2.3×10^{-4}	7.4×10^{-2}

L'étude de l'écoulement sur une plaque plane comprend deux parties. La première partie est consacrée à l'analyse de la relaxation le long de la plaque à l'aide d'une méthode simplifiée pour le calcul d'un écoulement monodimensionnel réactif et non visqueux. Par ailleurs, cette méthode a permis la validation des résultats du code de Navier–Stokes pour les écoulements à l'extérieur à la couche limite. Quant à la deuxième partie et dont cet article en fait l'objet concerne la présentation des résultats dans la couche limite et leur comparaison avec les résultats obtenus par Eldem [6].

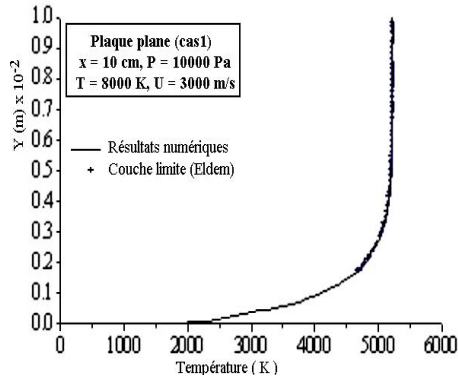
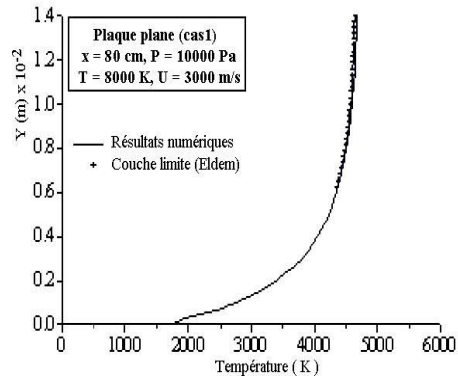
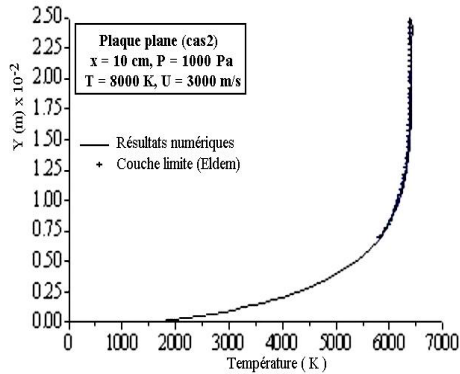
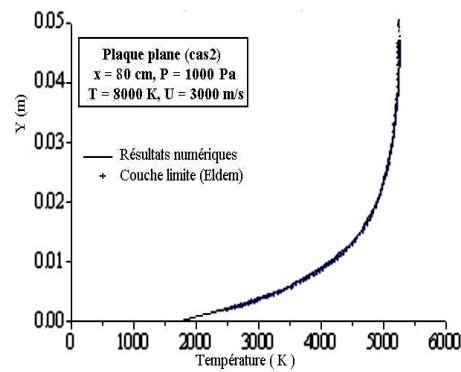
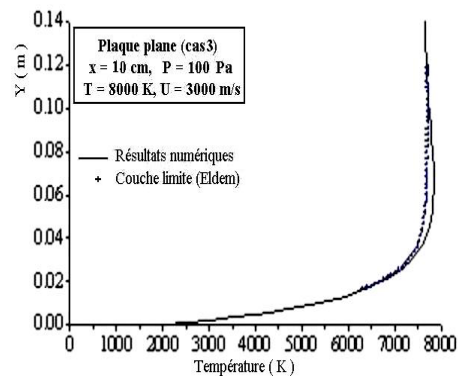
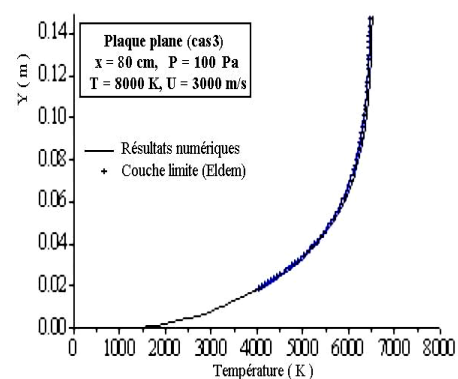
A chacun de ces trois cas-tests correspond un nombre de Reynolds à l'entrée de la plaque différent, dicté par la masse volumique, rapportée à la longueur de la plaque, on obtient: $Re = 70000$ dans le cas1, $Re = 7000$ et 700 dans les cas respectivement 2 et 3.

La configuration simple de la plaque autorise des comparaisons avec des résultats obtenus par le code de couche limite au premier ordre de Eldem [6]. Pour une comparaison complète, les relations de fermeture pour l'équation d'état, les coefficients de transport et les vitesses de réaction directe sont identiques avec celles de Eldem.

Pour les trois cas, nous avons tracé les profils de température à deux abscisses différentes $x = 0.1$ m et $x = 0.8$ m (Fig. 1-6). Les résultats obtenus avec les deux codes de calcul se superposent parfaitement dans la couche limite.

On peut par ailleurs noter, sur les profils de température à $x = 0.1$ m dans le cas3, que le code de calcul Navier-Stokes indique un échauffement à l'extérieur de la couche limite. On peut l'expliquer par la présence d'une onde de choc induit par la couche limite qui provoque une compression (et donc un échauffement) du fluide.

Cet effet n'est visible que dans le cas3 qui correspond à une épaisseur de couche limite plus importante et par conséquent à une déviation de fluide plus notable.

Fig. 1: Profil de température à $x = 0.1$ mFig. 2: Profil de température à $x = 0.8$ mFig. 3: Profil de température à $x = 0.1$ mFig. 4: Profil de température à $x = 0.8$ mFig. 5: Profil de température à $x = 0.1$ mFig. 6: Profil de température à $x = 0.8$ m

La comparaison des fractions massiques (Fig. 7-12) est bonne tant que le déséquilibre est faible. Cependant, dans le cas1 (ou le cas2 à $x = 0.8$ m), elle est moins

bonne, les fractions massiques à l'extérieur étant différentes: la dissociation de l'azote et de l'oxygène est plus marquée pour les résultats de notre code numérique qui donnent aussi plus de monoxyde d'azote.

En effet, pour le code de couche limite, un système d'équations analogue à celui que nous avons résolu pour l'étude de la relaxation, est utilisé pour déterminer les conditions à la frontière de la couche limite. Les fractions massiques sont notamment obtenues par intégration de l'équation d'Euler à partir de la valeur initiale en debut de plaque.

Cependant les conditions d'entrée étant supersoniques, une onde de choc, de faible amplitude, prend naissance à la rencontre de l'écoulement d'entrée et de la couche limite. Les lignes de courant alimentant l'extérieur de la couche limite ont donc suivi une évolution différente de celle prise en considération par le code Eldem. Les conditions extérieures sont donc légèrement différentes pour les deux codes, ce qui se traduit d'une manière claire sur les fractions massiques, qui sont des variables plus sensibles au changement.

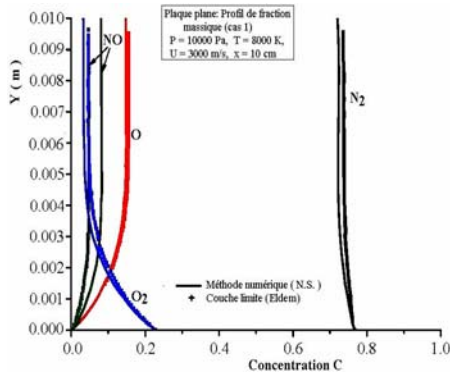


Fig. 7: Profil de fraction massique
($x = 0.1$ m)

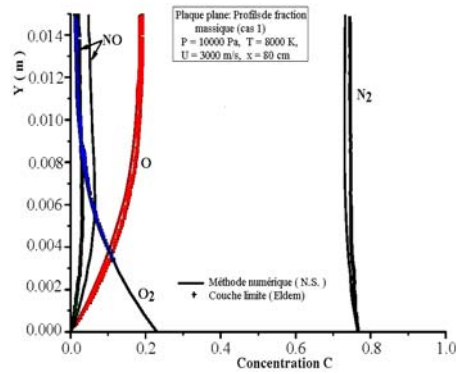


Fig. 8: Profil de fraction massique
($x = 0.8$ m)

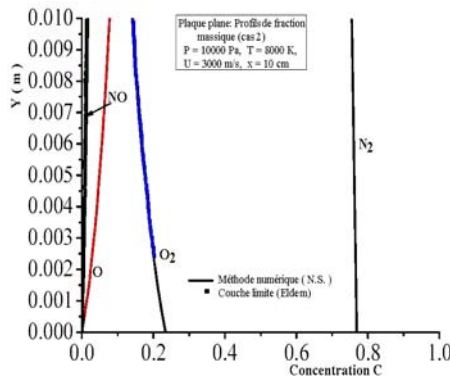


Fig. 9: Profil de fraction massique
($x = 0.1$ m)

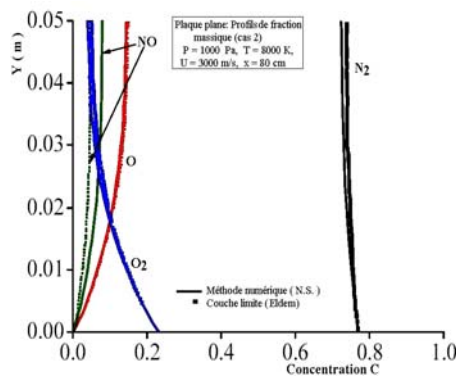


Fig. 10: Profil de fraction massique
($x = 0.8$ m)

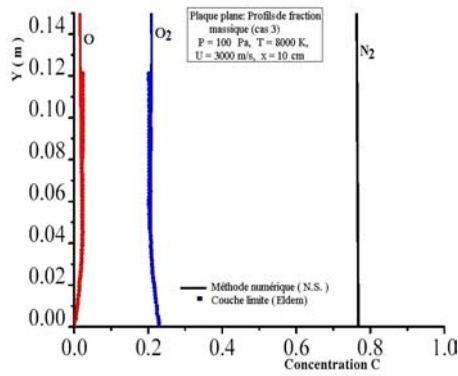


Fig. 11: Profil de fraction massique
($x = 0.1 \text{ m}$)

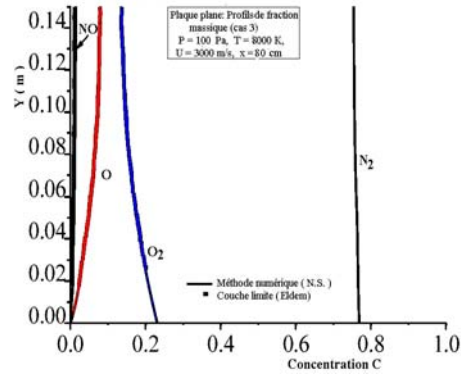


Fig. 12: Profil de fraction massique
($x = 0.8 \text{ m}$)

Enfin, les flux de chaleur pariétaux sont donnés sur la fig. 13. L'accord entre les résultats donnés par notre code et ceux obtenus par le code de couche limite au premier ordre de Eldem est très bon.

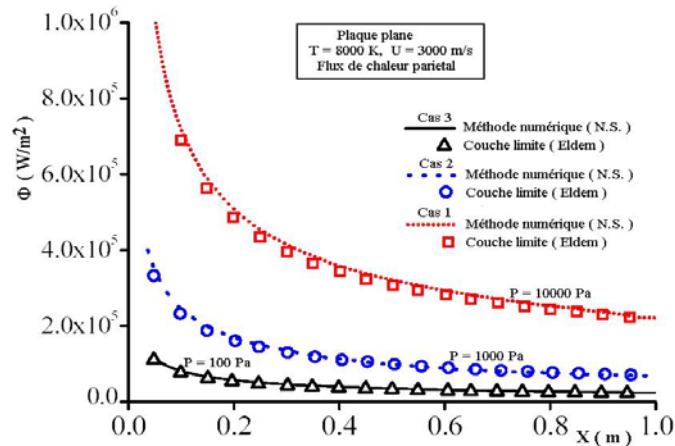


Fig. 13: Flux de chaleur à la paroi – cas 1, 2 et 3

6. CONCLUSION

Les travaux effectués dans cette étude concernent les écoulements hypersoniques pariétaux rencontrés pendant la phase de rentrée atmosphérique des fusées et des véhicules spatiaux. Un code de calcul a été développé pour simuler dans un premier temps des écoulements complexes bidimensionnels sur des géométries variées (plans ou axisymétriques).

Une série de cas tests a permis la validation de la méthode et l'étude de phénomènes physiques dus au fort déséquilibre chimique des écoulements. Une confrontation des résultats test obtenus sur une plaque plane avec d'autres résultats numériques a été l'objectif de ce travail.

Une comparaison approfondie de ces résultats s'est avérée satisfaisante et prometteuse pour l'application de cette présente méthode pour l'analyse de la couche limite hypersonique dans des écoulements réactifs avec effet de relaxation.

NOMENCLATURE

A_1 : Espèces chimiques	Pr : Nombre de Prandlt, $Pr = \mu C_{pf} / \lambda$
C_{pf} : Chaleur spécifique, $C_{pf} = \sum_1^{ns} C_1$	Le : Nombre de Lewis, $Le = \rho D_{12} C_{pf} / \lambda$
E : Energie totale du mélange	r : Allongement de la 1 ^{ère} maille
F, G : Flux convectifs	Re : Nombre de Reynolds
H : Enthapie totale amont	$R_{i,j}^n$: Résidu de l'équation à instant n
h_1 : Enthalpie partielle de l'espèce 1	t : Variable temporelle
J : Jacobien	U : Vecteur des variables principales
K_{ir} : Constantes de réaction directe	u_{DI}, v_{DI} : Compo. vitesse diffusion
K_{dr} : Constantes de réaction inverse	u_1, v_1 : Composantes de la vitesse
K_{pa} : Const. recombinaison catalytique	x, y : Directions d'espace
M_1 : Masse molaire de l'espèce 1	α : Angle d'incidence
M : Nombre de Mach	ϕ, ϕ_P : Flux de chaleur, indice P
n : Direction normale au corps	γ_a : Nombre d'atomes incidents
n_1 : Nbre de moles par unité de Volume	μ : Viscosité du mélange
ns : Nombre d'espèces	v_1^r : Coef. Stoechiométriques- réactifs
P : Terme supplémentaire	v_1^p : Coef. Stoechiométriques- produits
S : Vecteur des termes sources	ρ_1 : Masse volumique de l'espèce 1
TV : Total variation	τ : Tenseur des contraintes visqueuses
σ : Constante de Stefan-Boltzman	τ_p : Taux de cisaillement à la paroi
ε : Emissivité de la paroi	D_{12} : Coef. Diffusion - Mélange binaire
ω_1 : Taux de production chimique	Δy_1 : Hauteur 1 ^{ère} maille / paroi
θ_c : Température caractéristique	Δx_1 : Distance de la 1 ^{ère} maille
A_c : Constante de formation directe	Δy_{max} : Hauteur maximale de la maille
B_c : Constante de formation directe	$T_{0\infty}$: Température d'arrêt isentropique

REFERENCES

- [1] A.A. Maslov, S.G. Mironov, T.V. Poplavskaya, A.N. Shipliyuk and V.N. Vetlutsky, 'Viscous Shock Layer on a Plate in Hypersonic Flow', Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Russia, July 1999.
- [2] A. Balakrishnan, 'Correlations for Specific Heats of Air Species to 50000 K', In AIAA Paper, Boston, Massachusetts, pp. 86 – 1277, June 2-4 1986.
- [3] A.A. Maslov, V. Tatiana, Poplavskaya and B.V. Smorodsky, 'Stability of a Hypersonic Shock Layer on a Flat Plate', Comptes Rendus Mécanique, Vol. 332, N°11, pp. 875 – 880, 2004.

- [4] B. Perthame and C. Simeoni, 'Convergence of the Upwind Interface Source Method for Hyperbolic Conservation Laws', Proc. of Hyp2002, T. Hou and E. Tadmor Editors, Springer, 2003.
- [5] C.D. Scott, 'Wall Boundary Equations with Slip and Catalysis for Multicomponent Gas Flows', Technical Report TM-X-58111, NASA, 1973.
- [6] C. Eldem, 'Couches Limites Hypersoniques avec Effets de Dissociation', Thèse ENSAE, Toulouse, 1987.
- [7] C. Park, 'Nonequilibrium Hypersonic Aero Thermo Dynamics', John Wiley & Sons, 1990.
- [8] C.R. Wilke, 'A Viscosity Equation for Gas Mixtures', The Third Joint of Chemical Physics, Vol. 18, N°4, 1950.
- [9] D. Serre, 'Systems of Conservation Laws. 1. Hyperbolicity, Entropies, Shock Waves', Translated from the 1996 French Original by I. N. Sneddon, Cambridge.
- [10] P. Harten, P. Lax and B Van Leer, 'On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws', Siam Review, 1983.
- [11] J.O. Hirschfelder, C.F. Curtiss and R.B. Bird, 'Molecular Theory of Gases and Liquids', John Wiley & Sons, 1987.
- [12] J. Cousteix, 'Couches Limites Laminaires', Editions CEPADUES, 1988.
- [13] J. Wang, H. Wen and T. Zhou, 'On Large Time Step Godunov Scheme for Hyperbolic Conservation Laws', 2004.
- [14] J.D.Jr. Anderson, 'Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics', Mac Graw – Hill, 1989.
- [15] W.C.Jr. Gardiner, 'Combustion Chemistry', Springer Verlag, 1984.
- [16] L. Gosse, 'A Well-Balanced Scheme using Non-Conservative Products Designed for Hyperbolic Systems of Conservative Laws with Source Terms', Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Vol. 11, N°2, pp. 339 – 365, 2001.
- [17] L. Montagné, H.C Yee, G.H. Klopfer and M. Vinokur, 'Hypersonic Blunt Body Computations Including Real Gas Effects', T.R-TM 100074 NASA, 1988.
- [18] P.G. Lefloch, 'Hyperbolic Systems of Conservation Laws, the Theory of Classical and Nonclassical Shock Waves', ETH Lecture Notes Series, Birkhauser, 2002.
- [19] P. Lax, 'Weak Solutions of non Linear Hyperbolic Equation and Their Numerical Computation', Communication Pure Applied Mathematical, 1954 – 1957.
- [20] R.J. Leveque, 'Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems', Cambridge University Press, 2002.
- [21] R.J. Leveque and M. Pelanti, 'A Class of Approximate Riemann Solvers and their Relation to Relaxation Schemes', Journal of Computational Physics, Vol. 172, N°2, pp. 572 – 581, 2001.
- [22] Sawley and Wüthrich, 'Non Equilibrium Hypersonic Flows Simulation Using a Coupled Euler/Boundary Layer Method', In First European Symposium on Aero thermo dynamics for space Vehicles ESA, 1991.
- [23] S.D. Williams, 'Columbia / the First Five Flights Entry Heating Data Series', Vol. 3, the Lower Windward Surface Centerline, NASA-CR-171665, 1983.
- [24] J.L. Shin, J.N. Moss and A.L. Simmonds, 'Viscous Shock Layer Heating Analysis for the Shuttle Windward Plane with Surface Finite Catalytic Recombination Rates', AIAA-82-0842, 1982.

- [25] W. Kordulla, '*Numerical Simulation of 3D Hypersonic Viscous Flows*', In the Second Joint Europe/US Colorado, Jan. 1989.
- [26] H.C. Yee, M. Vinokur and M.J. Djomehri, '*Entropy Splitting and Numerical Dissipation*', Journal of Computational Physics, Vol. 162, N°1, pp. 33 – 81, 2000.
- [27] H.C. Yee, '*A Class of High Resolution Explicit and Implicit Shock Capturing Methods*', In VKI.L.S, 1989.
- [28] H.C. Yee, B. Sjogreen, N.D. Sandham and A. Hadjadj, '*Progress in the Development of a Class of Efficient Low Dissipative High Order Shock-Capturing Methods*', In: M. Hafez, K. Morinishi and J. Periaux, Editors. Computa-Numerical Fluid Mechanics, Vol. 78, Berlin: Springer Verlag, 2001.