

## Transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation des liquides en régime instationnaire

N. Lefi<sup>1</sup> et N. Boukadida

Département de Physique, Unité de Recherche Energie et Environnement  
Institut Supérieur des Sciences Appliquées et de Technologie, 4003 Ibn Khaldoun, Sousse, Tunisie

**Résumé** - L'étude des mécanismes des transferts de chaleur et de masse avec phénomène d'évaporation en convection forcée sans film liquide se fait souvent dans le cas d'un régime stationnaire établi. Le suivi dans le temps, c'est-à-dire en instationnaire des différents phénomènes et grandeurs permet de mieux appréhender les mécanismes des transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation des liquides dans un espace confiné au niveau d'une surface libre [1-4]. Le présent travail apporte donc une contribution à la compréhension de ces mécanismes en convection forcée instationnaire au cours de l'évaporation de certains liquides dans un canal horizontal. L'écoulement est laminaire et bidimensionnel. Le mélange gazeux est supposé transparent au rayonnement thermique. C'est la méthode des différences finies qui a été adoptée pour la résolution numérique des différentes équations de conservation. Nous présentons principalement l'évolution spatiotemporelle des différentes grandeurs physiques telles que la température, la concentration en vapeur et les composantes longitudinale et transversale de la vitesse du fluide. Nous présentons aussi l'évolution des coefficients locaux des transferts thermique et massique ainsi que celles des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens.

**Abstract** - The study of mechanisms of heat and mass transfer with phenomenon of evaporation in forced convection, without liquid film, is often treated in the case of a steady established regime. The in-time monitoring, i.e. in unsteady phenomena of the different phenomena and magnitude can help better understand of the mechanisms of coupled heat and mass transfer during the evaporation of liquids in a confined space at the level of a free surface [1-4]. This work thus provides a contribution to the understanding of these mechanisms in unsteady forced convection during the evaporation of some liquid in a horizontal channel. The flow is laminar and two-dimensional. The gas mixture is supposed to be transparent along the thermal radiation. The method of finite differences was adopted for the numerical solution of the different conservation equations. We mainly present the evolution of different spatial physical values such as temperature, vapor concentration and longitudinal and transversal components of the fluid velocity. We also present evolution of local heat and mass transfer coefficients and the evolution with time of Nusselt and Sherwood numbers.

**Mots clés:** Evaporation - Convection forcée - Couche limite - Canal plan.

### 1. INTRODUCTION

La diversité des paramètres qui interviennent lors de l'étude de l'évaporation en convection forcée des liquides, telles que la variabilité des propriétés thermo-physiques et la nature du mélange gazeux [1], a amenée à l'apparition de plusieurs études théoriques et expérimentales. En fait, ces études ont contribué à la compréhension des phénomènes du couplage entre transferts de chaleur et de masse dans le cas d'un régime

---

<sup>1</sup> nizarlefi@yahoo.fr

stationnaire établi. Le suivi dans le temps c'est à dire en régime instationnaire des différents phénomènes et grandeurs physiques permet de mieux comprendre les mécanismes des transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation des liquides dans un espace confiné ou au niveau d'une surface libre [2-5].

Le présent travail apporte donc une contribution à la compréhension de ces mécanismes en régime instationnaire au cours de l'évaporation par convection forcée de l'eau dans un canal horizontal. L'écoulement est laminaire et bidimensionnel. Cet écoulement se fait dans un canal horizontal formé de deux parois parallèles et horizontales (Fig. 1).

Ces parois sont écartées d'une distance  $E$  et ont chacune une longueur  $L$ . La paroi basse est adiabatique et perméable à la matière, alors que la paroi haute est imperméable et isotherme.

Au cours de ce travail, nous présentons essentiellement l'évolution spatiotemporelle des différentes variables d'état, ainsi que celles des coefficients locaux des transferts thermique et massique et des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens.

## 2. FORMULATIONS DES EQUATIONS

### 2.1 Hypothèses de travail

- La longueur ( $L$ ) est supposée très grande par rapport à l'écartement ( $E$ ) de sorte que l'on puisse considérer l'écoulement dans la conduite comme bidimensionnel.
- Le terme traduisant la production d'énergie thermique par frottement visqueux est supposé négligeable.
- Les approximations de la couche limite sont supposées valables.
- Le terme traduisant la production d'énergie thermique par frottement visqueux est supposé négligeable.
- L'échange radiatif n'est pas pris en compte.

### 2.2 Equations de conservation

#### 2.2.1 Equation de conservation de la masse

$$\frac{\partial(\rho_g u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

#### 2.2.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\rho_g u \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_g u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_g v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p_g}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_g \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

#### 2.2.3 Equation de conservation de l'énergie

$$\rho_g C_{pg} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_g C_{pg} u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho_g C_{pg} v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_g \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \rho_g D_v (C_{pv} - C_{pa}) \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial C_v}{\partial y} \quad (3)$$

Où  $C_{pg} = (1 - C_v)C_{pa} + C_v C_{pv}$

## 2.2.4 Equation de conservation des espèces

$$\rho_g \frac{\partial C_v}{\partial t} + \rho_g u \frac{\partial C_v}{\partial x} + \rho_g v \frac{\partial C_v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_g D_v \frac{\partial C_v}{\partial y} \right) \quad (4)$$

## 2.3 Conditions aux limites

### 2.3.1 Conditions sur les vitesses

La vitesse interfaciale du mélange air-vapeur d'eau est déduite en supposant que l'interface liquide-vapeur est perméable uniquement à la vapeur. En tenant compte de la convection et de l'advection, son expression est:

$$v_{gi} = - \frac{D_v}{1 - C_v} \frac{\partial C_v}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (5)$$

A la paroi supérieure, la vitesse du mélange doit respecter la condition d'adhérence:

$$y = E ; 0 \leq x \leq L ; u = 0 \quad \text{et} \quad v = 0 \quad (6)$$

### 2.3.2 Conditions aux limites massiques

On suppose que l'interface est en équilibre thermodynamique local et que le mélange gazeux air-vapeur est un gaz parfait. La concentration de vapeur est alors donnée par:

$$0 < x < L \quad \text{et} \quad y = 0, C_{vi} = \frac{M_v P_{vi}}{M_a (P_g - P_{vi}) + M_v P_{vi}} \quad (7)$$

où  $M_v$  et  $M_a$  représentent respectivement les masses molaires de la vapeur d'eau pure et de l'air sec.  $P_{vi}$  est la pression partielle de la vapeur saturante à la température de l'interface et  $P_g$  est la pression gazeuse.

### 2.3.3 Conditions aux limites thermiques

En supposant que les échanges conductifs au sein de la surface basse sont négligeables, la densité de flux de chaleur reçue par la surface basse, par conduction est exprimée par:

$$\Psi = \lambda_g \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (8)$$

La densité de flux local de masse du liquide évaporé sous l'effet du flux de chaleur sensible reçue par l'interface a pour expression:

$$\text{Pour } 0 < C_v(x,0) < 1, \dot{m}_{vx} = - \left[ \frac{\rho_g \cdot D_v}{1 - C_v} \frac{\partial C_v}{\partial y} \right] \quad (9)$$

### 2.3.4 Conditions initiales

$$\begin{cases} T(0 \leq x \leq L, y = E, t = 0) = T_{\text{cons}} \\ T(x = 0, 0 \leq y \leq E, t = 0) = T_{\text{cons}} \\ T(0 \leq x \leq L, y = E, t > 0) = 0.25 \times T_{\text{cons}} \times (5 - e^{-0.15t}) \\ T(x = 0, 0 \leq y \leq E, t > 0) = 0.25 \times T_{\text{cons}} \times (5 - e^{-0.15t}) \end{cases} \quad (10)$$

$$C_v(x = 0, 0 \leq y \leq E, t = 0) = C_{v\text{cons}} \quad (11)$$

$$\begin{cases} u(0 \leq x \leq L, y = (0, E), t \geq 0) = 0 \\ v(0 \leq x \leq L, y = E, t = 0) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Notons que le système d'équations obtenu reste ouvert. Pour sa fermeture, nous utilisons l'équation de conservation du débit massique qui doit s'appliquer à n'importe quelle section transversale du canal.

### 2.4 Résolution numérique

C'est la méthode des différences finies qui a été adoptée pour la résolution numérique des différentes équations de conservation. Cette méthode se base sur la transformation du système d'équations en un système d'équation algébrique. Le maillage retenu est un maillage rectangulaire régulier (90×180).

La résolution s'effectue plan par plan dans le sens de l'écoulement. Les profils de vitesse, de pression, de température et de concentration à l'abscisse  $x = (i + 1)\Delta x$  sont calculés en fonction des champs connus à l'abscisse  $x = i.\Delta x$ .

Les termes convectifs sont approximés par un schéma upwind. Les propriétés thermo-physiques du fluide utilisé pour la colonne  $i + 1$  sont celles de la colonne  $i$ . Les équations des nœuds tout au long de la colonne sont résolues à l'aide de la méthode d'élimination de Gauss. Pour plus de détail, le lecteur se portera à la référence [7].

Suite à une étude au cours de laquelle, nous avons fait varier le pas dans le temps de 0.1 s à 2 s, nous avons constaté que les grandeurs physiques ne sont plus sensibles, quelque soit le maillage suivant  $x$  et  $y$ , lorsque le pas est au-delà d'une seconde, valeur que nous avons retenue lors des simulations.

## 3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Comme nous l'avons précisé, les différents résultats sont présentés pour un mélange air-vapeur d'eau pour lequel la température à l'entrée et celle de la paroi supérieure évoluent en fonction du temps suivant les corrélations citées ci-dessus. La durée de l'évolution se situe entre 1.30 secondes. Au cours de cette durée, l'évolution de la température à l'entrée du canal, ainsi que celle de la paroi supérieure est représentée sur la figure 2.

### 3.1 Influence du temps sur l'évolution transversale des différentes variables d'états ( $T$ , $C_v$ , $u$ et $v$ )

La figure 3 montre l'évolution de la température du fluide, de la concentration en vapeur d'eau et de la vitesse en fonction de  $Y/E$ , pour différents temps et ceci au centre du canal ( $x = L/2$ ).

Les figures 3.a et 3.b montrent que les profils de  $T$  et de  $C_v$  sont intimement liés à l'évolution en fonction du temps de la température à l'entrée et au niveau de la paroi haute du canal. La composante horizontale de la vitesse (Fig. 3.c) semble ne pas être affectée.

Par contre, la composante verticale de la vitesse présente une évolution relativement sensible, ceci est dû à l'augmentation de la température d'entrée en fonction du temps. Cette augmentation affecte la masse d'eau évaporée par suite la vitesse interfaciale.

### 3.2 Evolution en fonction du temps de la température et de la concentration interfaciales moyennes

Sur la figure 4, nous avons porté l'évolution de  $T_i$  et de  $C_{vi}$  en fonction du temps. Nous constatons que leurs évolutions sont intimement liées à celle de la température d'entrée. En fait, la température interfaciale représentant la température du thermomètre humide dépend fortement de la température à l'entrée. Concernant la concentration interfaciale, elle dépend de la température interfaciale et de la pression de vapeur d'équilibre.

### 3.3 Evolution en fonction du temps des coefficients locaux d'échanges thermique et massique

Les coefficients moyens des transferts thermique et massique  $h_t$  et  $h_m$  s'expriment respectivement par:

$$h_t = \frac{1}{L} \int_0^L h_{tx} dx \quad (13)$$

$$h_m = \frac{1}{L} \int_0^L h_{mx} dx \quad (14)$$

Où  $h_{tx}$  et  $h_{mx}$  les coefficients locaux des transferts thermique et massique. Ils s'expriment respectivement par:

$$h_{tx} = - \frac{\left[ \lambda_g \frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0}}{(T_{ix} - T_b)} \quad (15)$$

$$h_{tx} = - \frac{\left[ \frac{\rho_g D_v}{1 - C_v} \frac{\partial C_v}{\partial y} \right]_{y=0}}{(\rho_{vix} - \rho_{vb})} \quad (16)$$

$T_b$  et  $\rho_{vb}$  représentent respectivement la température et la masse volumique de la vapeur locales du bulk qui s'expriment par:

$$T_b(x) = \frac{\int_0^E \rho_g u C_{pg} T dy}{\int_0^E \rho_g C_{pg} u dy} \quad (17)$$

$$\rho_{vb}(x) = \frac{\rho_{gb} \int_0^E \rho u C_v dy}{\int_0^E \rho u dy} \quad (18)$$

Nous avons porté sur la figure 5, l'évolution spatiotemporelle des coefficients locaux des transferts thermique et massique. Ces coefficients prennent les valeurs les plus importantes vers le bord d'attaque ( $x = 0$ ) qu'au loin où leurs valeurs tendent vers une constante. L'augmentation du temps affecte sensiblement les profils de  $h_{tx}$  et  $h_{tm}$  à partir du centre du canal comme le montre les figures 5.a et 5.b.

En fait, l'augmentation du temps fait diminuer les coefficients locaux des transferts thermique et massique. Cette diminution s'explique par l'augmentation avec le temps de la température et de la concentration interfaciales moyennes (Fig. 4.a et 4.b).

### 3.4 Evolution en fonction du temps des nombres moyens de Nusselt et de Sherwood

Les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood sont exprimés respectivement par [5, 6]:

$$Nu = \frac{h_t E}{\lambda_0} \quad (19)$$

$$Sh = \frac{h_m E}{D_{v0}} \quad (20)$$

Sur la figure 6, nous avons représenté la variation en fonction du temps des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens. On constate une baisse très rapide de ces nombres pour les 4 premières secondes, qui tendent ensuite vers des constantes pour les valeurs élevés du temps. Cette diminution s'explique par la diminution en fonction du temps des coefficients des transferts thermique et massique.

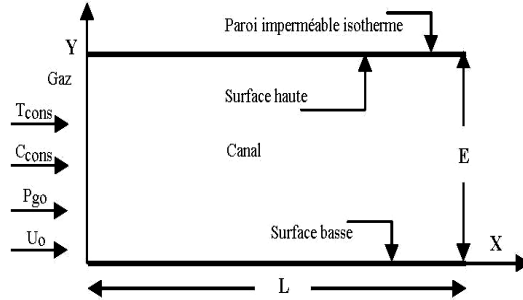


Fig. 1: Configuration géométrique du problème

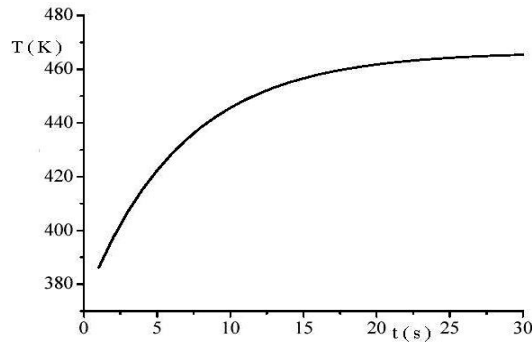


Fig. 2: Evolution en fonction du temps de la température d'entrée et celle de la paroi haute

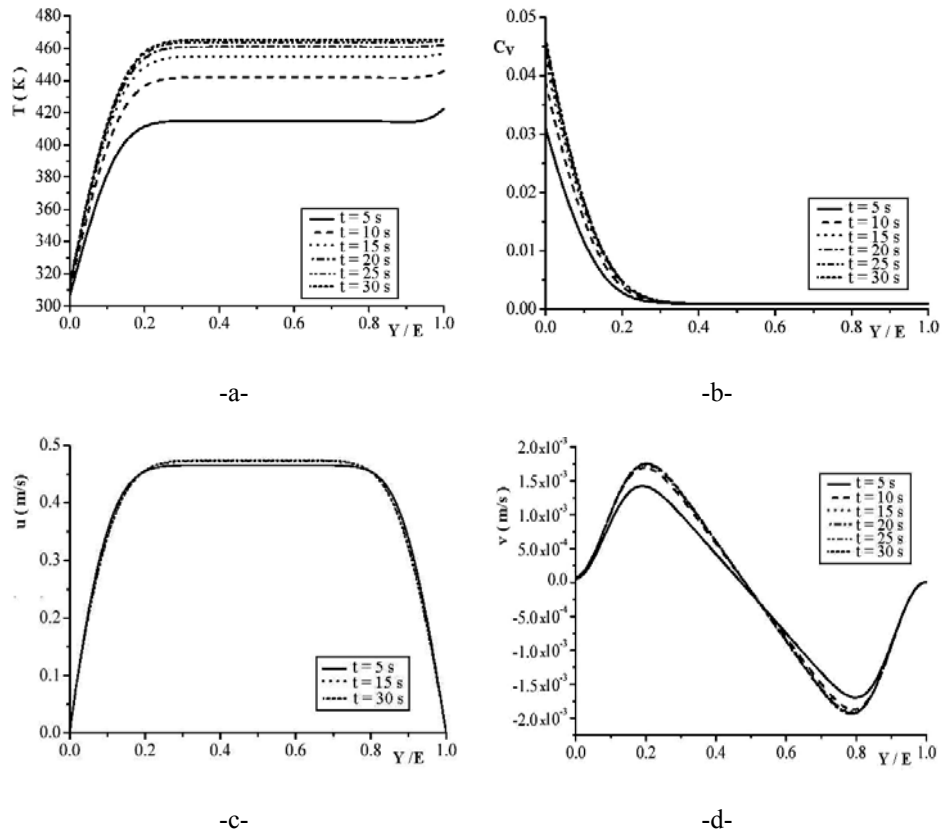
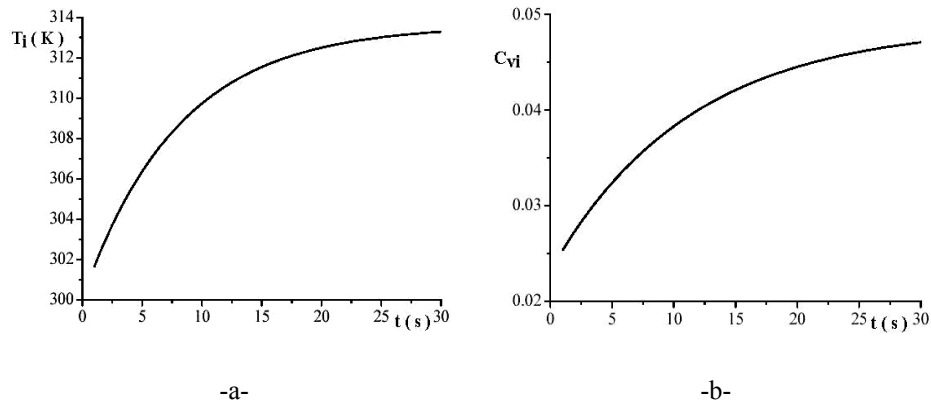


Fig. 3: Influence du temps sur l'évolution transversale des différentes variables d'état

Fig. 4: Evolution temporelle de la température moyenne interfaciale  $T_i$  (-a-) et de la concentration moyenne interfaciale  $C_{vi}$  (-b-).

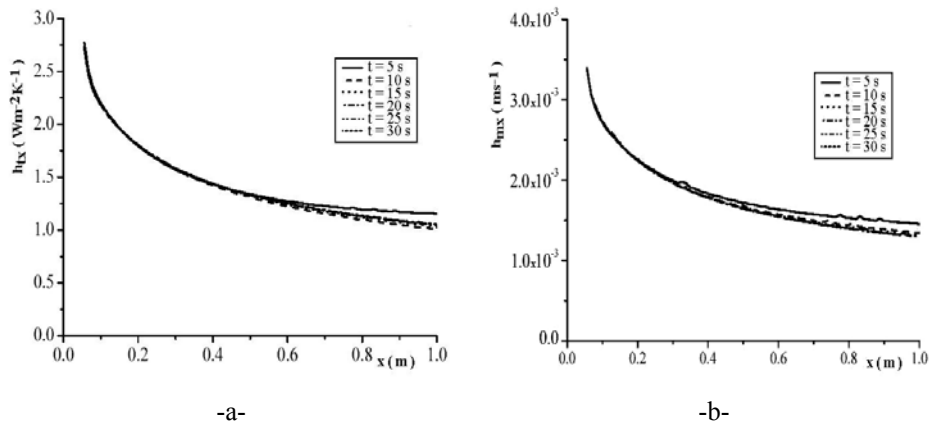


Fig. 5: Influence du temps sur l'évolution des coefficients locaux des transferts thermique (-a-) et massique (-b-)

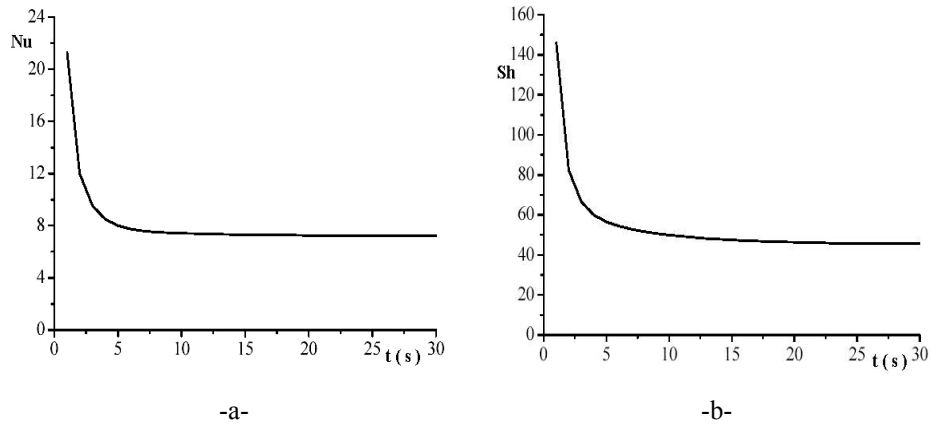


Fig. 6: Variation en fonction du temps, des nombres moyens de Nusselt (-a-) et de Sherwood (-b-)

#### 4. CONCLUSION

Au cours de ce travail, on s'est intéressé au phénomène d'évaporation en convection forcée pour un écoulement laminaire, bidimensionnel et instationnaire dans un canal horizontal. L'influence du paramètre temps sur l'évolution des profils des différentes variables d'état, ainsi que sur celles des coefficients locaux des transferts thermique et massique et des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens sont présentées.

L'analyse des différents résultats prouve que l'augmentation du paramètre temps affecte les profils des différentes variables d'état.

La variation du nombre de Nusselt moyen avec le temps montre que la convection est plus importante pour les faibles valeurs du temps. De même, le transfert de masse est plus important pour les faibles valeurs du temps comme l'indique la diminution très rapide du nombre de Sherwood moyen en fonction du temps.



### NOMENCLATURE

$C_v$ : Concentration en vapeur	$T$ : Température du fluide, [K]
$C_p$ : Chaleur spécifique à pression Constante	$u, v$ : Composantes longitudinale et transversale de la vitesse, [m/s]
$D_v$ : Coefficient de diffusion [ $m^2/s$ ]	$x, y$ : Directions longitudinale et transversale, [m]
$t$ : Temps, [s]	$\lambda$ : Conductivité thermique, [W/m.K]
$Nu$ : Nombre de Nusselt moyen	$\rho$ : Masse volumique, [ $kg/m^3$ ]
$Sh$ : Nombre de Sherwood moyen	$v$ : vapeur, $i$ : interfaciale
$b$ : bulk, $cons$ : cons, $o$ : ambiante	

### REFERENCES

- [1] N. Lefi and N. Boukadida, 'Heat and Mass Transfer During Fluid Evaporation in Forced Convection with Variable Thermophysical Properties - Soret and Dufour Effects', International Journal of Heat and Technology, Vol. 27, N°2, pp. 75 – 81, 2007.
- [2] P.J. Roache, 'Computational Fluid Dynamics', Hermosa, Albuquerque, NM, 1972.
- [3] J. Sucec and D. Radley, 'Unsteady Forced Convection Heat Transfer in a Channel', International Journal Heat and Mass Transfer', Vol. 33, N°4, pp. 683 -690, 1990.
- [4] R. Muthucumaraswamy and P. Ganesan, 'Unsteady Flow Past an Impulsive by Started Vertical Plate with Heat and Mass Transfer', Heat and Mass Transfer, Vol. 34, pp. 187 – 193, 1998.
- [5] W.M. Rohsenw and H.Y. Choi, 'Heat, Mass and Momentum Transfer', Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1961.
- [6] N. Boukadida and S. Ben Nasrallah, 'Mass and Heat Transfer during Water Evaporation in Laminar Flow Inside a Rectangular Channel-Validity of Heat and Mass Transfer Analogy', International Journal Thermal Sciences, Vol. 40, pp. 67 – 81, 2001.
- [7] B. Graba, N. Boukadida and M. Sassi, 'Heat and Mass Transfer in Turbulent Flow Inside an Horizontal Channel', International Journal of Heat and Technology, Vol. 22, pp. 13 – 21, 2004.