

Etude du Transfert Thermique dans la Zone d'Entrée d'un Echangeur de Chaleur à Double Tubes Concentriques

F. Bencheikh et A. Harhad

Institut de Mécanique, Université de Blida, B.P. 270, Blida, Algérie

1. INTRODUCTION

L'étude du transfert thermique dans la région d'entrée d'un échangeur de chaleur est d'une grande importance vu qu'elle permet de prédire avec précision le coefficient d'échange global de l'échangeur. Parmi les premiers travaux dans ce domaine, on cite ceux de Stein [1] qui a étendu la solution analytique du problème de Graetz (écoulement laminaire dans un tube circulaire à paroi isotherme) au cas d'un échangeur de chaleur à double tubes en configuration courants parallèles. Plus tard, Nunge et al. [2] ont proposé la solution pour la configuration courants inversés. Cependant, on trouve peu de travaux qui prennent en considération l'effet de la conduction axiale dans la région d'entrée d'un échangeur. Parmi ces travaux, on cite ceux de Nunge et al. [3]. Pour résoudre le problème du transfert thermique dans la zone d'entrée d'un échangeur de chaleur, Nunge et al. [4] et Taki [5] ont utilisé la méthode des différences finis. Harhad et al. [6, 7] ont quant à eux utilisé la méthode des volumes finis. Elle a permis d'obtenir de bons résultats.

Dans ce travail, nous nous proposons d'étudier le transfert thermique dans la région d'entrée d'un échangeur de chaleur à double tubes concentriques. Nous avons pris en considération l'effet de la diffusion axiale. Les résultats seront présentés sous forme de graphes et de tableaux représentant la variation du nombre de Nusselt en fonction de la distance axiale.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE ET SOLUTION NUMÉRIQUE

Les deux fluides chaud et froid qui circulent dans l'échangeur de chaleur sont newtonien. Leur écoulement est supposé laminaire et bidimensionnel. Les propriétés physiques (densité, viscosité) sont constantes. A l'entrée des deux conduites (tube, espace annulaire), les profils des vitesses sont complètement établis (vitesse radiale V nulle) et les températures uniformes. Les effets dus à la dissipation visqueuse et à la convection naturelle sont négligeables.

Le système physique est représenté sur la figure 1.

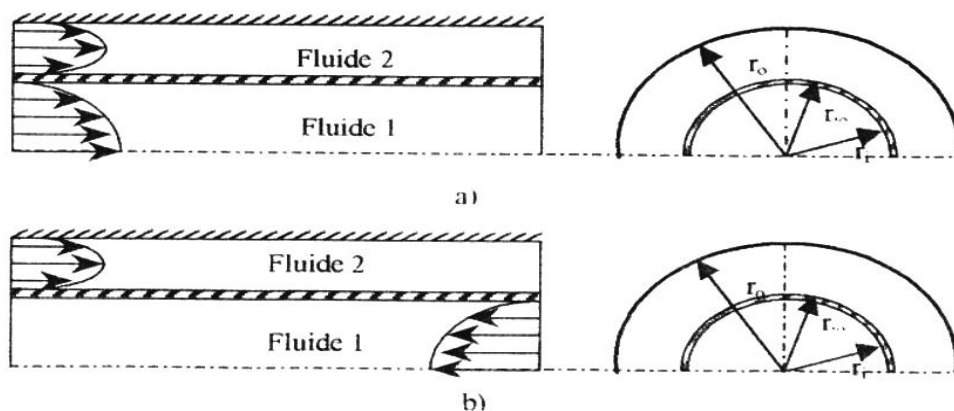


Fig. 1: Schéma de l'échangeur de chaleur
a) courants parallèles - b) courants inversés

Moyennant les variables réduites suivantes

$$R = \frac{r'}{r_{i0}} \quad Z = \frac{z'}{r_{i0}} \quad U = \frac{u}{U_{m1}} \quad V = \frac{v}{U_{m1}} \quad \theta = \frac{T - T_{e1}}{T_{e2} - T_{e1}} \quad (1)$$

Et en prenant en considération les hypothèses cités plus haut, les équations de l'énergie des deux fluides et de la paroi solide les séparant se mettent sous la forme générale suivante :

$$\left[\frac{\partial}{\partial Z} (\rho U \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V \phi) \right] = \Gamma_{\phi} \left[\frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right] + S_{\phi} \quad (2)$$

Les variables ϕ , Γ_{ϕ} et S_{ϕ} , sont consignés dans la tableau 1.

Tableau 1: Coefficients de l'équation 2

Equations	ϕ	Γ_{ϕ}	S_{ϕ}
Tube	θ	$\frac{2R_1}{Pe_1}$	0
Paroi	θ	$\alpha_{sf} \frac{2R_1}{Pe_1}$	0
Espace annulaire	θ	$2 \frac{(R_o - 1)}{Pe_2}$	0

avec $\alpha_{sf} = \frac{\alpha_s}{\alpha_f}$: rapport de la diffusivité thermique de la paroi à la diffusivité thermique de l'un des deux fluides.

Dans notre étude, α_f représente la diffusivité thermique du fluide qui circule dans le tube circulaire.

Dans ce travail, nous considérons que la paroi qui sépare les deux fluides est très mince, donc de très faible résistance thermique. L'effet de la résistance thermique de la paroi sur le transfert de chaleur entre les deux fluides a été présenté dans la référence [7].

2.1 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont données sous forme adimensionnelle par les équations suivantes :

		courants parallèles	courants inversés
A	$0 < Z < L$	$R = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0$
		$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0$
A	$0 < Z < L$	$R = R_o$	$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0$
		$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0$
A	$Z = 0$	$0 \leq R \leq R_i$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$
		$\theta = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$
		$R_i \leq R \leq 1$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$
		$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$
		$1 \leq R \leq R_o$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$
		$\theta = 1$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$

$$A \quad Z = L \quad \begin{cases} 0 \leq R \leq R_i & \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 & \theta = 0 \\ R_i \leq R \leq 1 & \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 & \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \\ 1 \leq R \leq R_o & \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 & \theta = 1 \end{cases}$$

2.2 Nombres adimensionnels

Le coefficient d'échange est évalué à travers le nombre de Nusselt. Pour le tube circulaire, on l'appelle nombre de Nusselt intérieur, il est exprimé par la formule suivante :

$$Nu_i = \frac{2 \left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=R_i}}{\theta_p - \theta_{m1}} \quad (3)$$

Avec

$$\theta_{m1} = \frac{2}{R_i^2} \int_0^{R_i} U(R) \theta(R) R dR \quad (4)$$

A partir d'un bilan thermique, on calcule le rapport des masses caloriques C, on a :

$$C = \frac{(m C_p)_1}{(m C_p)_2} = \frac{1 - \theta_{mS2}}{\theta_{mS1}} \quad (5)$$

2.3 Solution numérique

Afin de résoudre l'équation (2) associée aux conditions aux limites, nous avons utilisé la méthode des volumes finis. Le schéma de discrétisation est le schéma en loi de puissance.

La précision des résultats a été vérifiée en effectuant plusieurs essais. On a augmenté le nombre de noeuds suivants les deux directions et changé les positions des interfaces. Le nombre des itérations varie selon la valeur du nombre de Peclet. Par exemple, dans le cas d'un échangeur à courants parallèles, pour $Pe < 10$ et un maillage de 100×52 , le nombre de itérations est de l'ordre de 400 itérations. Pour $Pe > 50$, la convergence est atteinte plus tôt (50 itérations).

4. RESULTATS ET DISCUSSION

4.1 Echangeur à courants parallèles

A travers les résultats obtenus [8], nous avons établi que les températures de mélange des deux fluides qui circulent dans l'échangeur à courants parallèles se rencontrent à l'infini (très loin de l'entrée de l'échangeur) et ont pour valeur $1/(1 + C)$, (Tableau 2). Ce rapport reste constant pour des nombres de Peclet supérieur à 100, c'est-à-dire lorsque la diffusion axiale est négligeable.

Lorsque les nombres de Peclet dans les deux conduites sont égaux ($Pe_1 = Pe_2 = Pe$), on constate qu'à mesure que le nombre de Peclet augmente la valeur du nombre de Nusselt établi, tend vers la valeur de 3.66 (Tableau 3). C'est justement la valeur du nombre de Nusselt

établi pour une conduite circulaire à paroi isotherme quand la diffusion axiale est négligeable. Les mêmes constatations ont été faites dans les références [3] et [4]. Dans ces références, on indique que sous certaines conditions d'écoulement, on peut utiliser le nombre de Nusselt d'une conduite à paroi isotherme pour prédire le coefficient d'échange global d'un échangeur de chaleur à double tubes concentriques en configuration courants parallèles (à condition que la résistance thermique côté tube soit plus importante que la résistance thermique côté espace annulaire).

4.2 Influence de la conduction axiale

Afin de percevoir l'effet de la diffusion axiale sur le transfert de chaleur entre deux fluides dans un échangeur à courants parallèles, nous avons considéré le cas où le rapport des capacités calorifiques horaires est égal à 1. La figure 2 montre que lorsque $Pe=100$, la totalité de la chaleur cédée par le fluide chaud est reçue par le fluide froid. C'est ce qui indique qu'il y a conservation du flux thermique lors de l'échange de chaleur entre les deux fluides. Quand le nombre de Peclet est égal à 10 ou 1, la chaleur cédée par le fluide chaud n'est pas totalement reçue par le fluide froid. Il y a des déperditions lors du transfert thermique entre les deux fluides. Ces déperditions sont attribuées à la conduction axiale. Les mêmes résultats ont été constaté par Nunge et al. [3] dans le cas d'un échangeur à plaques parallèles.

L'analyse du mécanisme du transfert de chaleur montre que la conduction axiale est très importante lorsque la valeur du nombre de Peclet est petite [9]. L'étude de l'échange de chaleur dans la région d'entrée de l'échangeur [8] a montré que l'effet de la conduction axiale est important dans le tube circulaire pour $Pe_1 < 50$ dans la configuration courants parallèles (Figure 3) et pour $Pe_1 < 10$ dans la configuration courants inversés (Figure 4). Ceci à condition que l'effet de la conduction axiale dans l'espace annulaire soit négligeable ($Pe_2=1000$ dans notre étude). En effet, on constate que pour les mêmes positions axiales le nombre de Nusselt intérieur est important quand Pe_1 est faible. Les courbes du nombre de Nusselt intérieur sont confondues pour $Pe_1 > 50$ et $Pe_1 > 10$ dans les configurations courants parallèles et courants inversés respectivement.

Lorsque l'effet de la conduction axiale est important dans l'espace annulaire ($Pe_2=10$), il influe sur le transfert de chaleur dans le tube circulaire. Ceci apparaît clairement dans la configuration courants inversés (Figure 5). Alors que dans le cas précédent (Figure 4), l'effet de la conduction axiale devient négligeable pour $Pe_1 > 10$, dans ce cas il reste important jusqu'à $Pe_1=50$.

Tableau 2: Bilan thermique pour différents nombres de Peclet

$Pe_1=Pe_2$ $=Pe$	$1/(1+C)$	θ_{m1}	θ_{m2}
1	0.384	0.388	0.385
10	0.487	0.488	0.486
100	0.540	0.539	0.540
200	0.540	0.539	0.540
500	0.540	0.540	0.540

Tableau 3: Nombre de Nusselt pour différentes valeurs de Peclet $Pe_1=Pe_2=Pe$; $R_o=2$

Pe	C	Nu_i
5	0.384	3.93
10	0.371	3.76
50	0.348	3.66
100	0.345	3.66
500	0.341	3.66

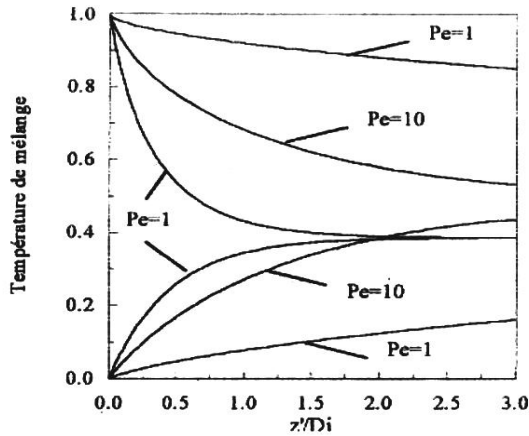


Fig. 2: Température de mélanges pour Différents nombres de Peclet $Pe_1 = Pe_2$; $R_0 = 1.475$

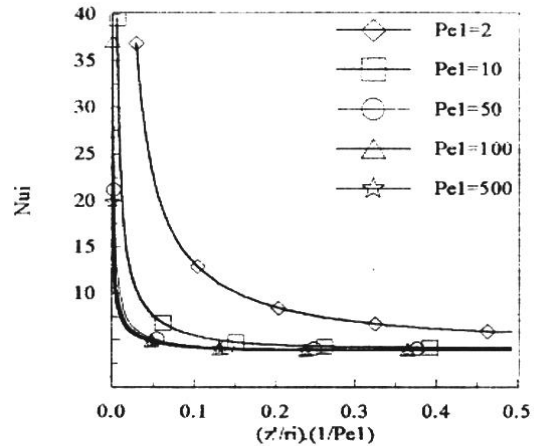


Fig. 3: Nombre de Nusselt intérieur pour un échangeur à courants parallèles $Pe_2 = 1000$; $R_0 = 2$

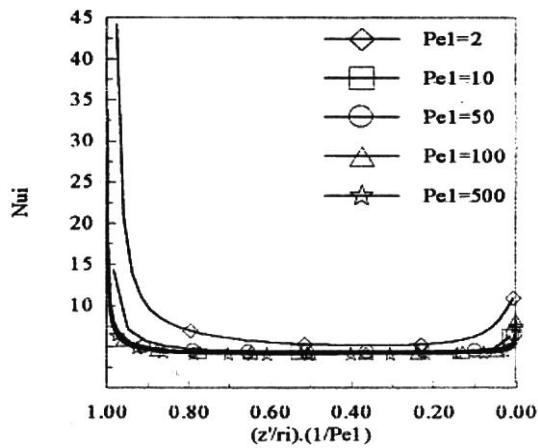


Fig. 4: Nombre de Nusselt intérieur pour un échangeur à courants inversés $Pe_2 = 1000$; $R_0 = 2$

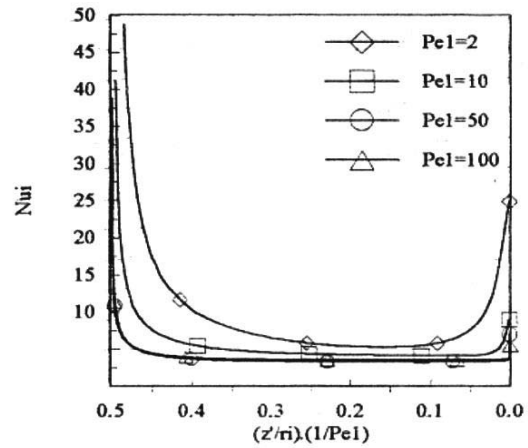


Fig. 5: Nombre de Nusselt intérieur pour un échangeur à courants inversés $Pe_2 = 10$; $R_0 = 2$

Les résultats de la configuration courants inversés sont présentés en détail dans la référence [8].

5. CONCLUSION

Les résultats obtenus dans cette étude, nous ont permis de déduire ce qui suit :

- 1- L'effet de la conduction axiale devient négligeable dans la région d'entrée d'un échangeur;
 - A courants parallèles pour $Pe_1 > 50$
 - A courants inverses pour $Pe_1 > 10$.

A condition que l'effet de la conduction axiale dans l'espace annulaire soit négligeable.

- 2- Les résultats obtenus pour la configuration courants parallèles sont similaires à ceux obtenus pour un tube à paroi isotherme. Ce résultat n'est valable que sous certaines conditions d'écoulement seulement. Dans notre étude, elles sont les suivantes : nombres de Peclet égaux dans les deux conduites et conduction axiale négligeable.

NOMENCLATURE

C	Rapport des capacités calorique horaire	T_{ei}	Température d'entrée
D_H	Diamètre hydraulique	U	Vitesse axiale adimensionnelle
Nu	Nombre d Nusselt ($h.D_H/k$)	U	Vitesse axiale
Pe	Nombre de Peclet ($u.D_H/\alpha$)	U_{ml}	Vitesse moyenne du fluide circulant dans le tube circulaire
R	Coordonnée radiale réduite	Z	Coordonnées axiale réduite
r	Coordonnée radiale	z'	Coordonnées axiale
R_i	Rayon adimensionnel du tube circulaire	Indices	
r	Rayon intérieur du tube circulaire	1, 2	Tube, espace annulaire
r_{io}	Rayon extérieur du tube circulaire	e	Entrée des conduites (tube, espace annulaire)
R_o	Rayon adimensionnel du cylindre extérieur de l'espace annulaire0	S	Sortie des conduites (tube, espace annulaire)
r_o	Rayon du cylindre extérieur de l'espace annulaire	Symboles grecques	
S_ϕ	Terme source	ϕ	Variable dépendante
T	Température	Γ_ϕ	Terme de diffusion
ν	Viscosité	θ	Température adimensionnelle

REFERENCES

- [1] R.P. Stein, 'The Graetz Problem in Concurrent Flow Double Pipe Heat Exchangers', Chem. Engng. Prog. Symp. Ser., N°59, pp. 78-87, 1965.
- [2] R.J. Nunge and W.N. Gill, 'An Analytical Study of Laminar Concurrent Flow Double Pipe Heat Exchanger', A.I.Ch.E Journal, Vol 12, N°2, pp. 279-289, 1966.
- [3] R.J. Nunge, E.W. Porta and W.N. Gill, 'Axial conduction in the fluid Streams of Multistream Heat Exchanger', Chem. Engng. Prog. Symp. Ser., N°77, Vol. 63, pp. 80-91, 1967.
- [4] R.J. Nunge and W.N. Gill, 'Analysis of Heat or Mass Transfer in some Counter-current Flows', Int. J. Heat Transfer, Vol. 8, pp. 873-886, 1965.
- [5] A.H. Taki, 'A Numerical Study in the Entrance Region or Laminar Co-current and Counter-current Flow Double Pipe Heat Exchanger', M.Sc., Thesis Université de Salford, 1988.
- [6] A. Harhad, H. Bentrard and F. Bencheikh, 'Etude de la Convection Forcée dans la Zone d'Entrée des Echangeurs de Chaleur à Courants Parallèles et à Courants Inversés', Actes des Journée Internationales de Thermique, Vol. 1, pp. 137-146, Marseille, 1997.
- [7] A. Harhad, L. Mansouri et F. Bencheikh, 'Influence des Paramètres Physiques des Fluides et de la Conduction Bidimensionnelle dans la Paroi sur les Performances des Echangeurs de Chaleur', Actes des 9^{èmes} Journées Internationales de la Thermique, Thème 2, pp. 26-35, Bruxelles, 1999.
- [8] F. Bencheikh, 'Etude Numérique de la Zone d'Entrée d'un Echangeur de Chaleur à Double Tubes en Configurations Courants Parallèles et Courants Inversés - Effet de la Diffusion Axiale', Mémoire de Magister, Université de Blida, 1999.

- [9] A. Harhad et F. Bencheikh, '*Etude de l'Effet de la Diffusion Axiale et de la Convection Radiale dans la Zone d'Entrée d'une Conduite Circulaire*', Actes des 9^{èmes} Journées Internationales de la Thermique, Thème 1, pp. 42-49, Bruxelles, 1999.