

Etude Instationnaire d'Écoulement en Double Diffusion avec Gradient Opposé en Température et en Concentration

D. Akrou, M. Betrouni, D. Kalache, S. Hamaili et N. Chabane-Chaouche

Laboratoire de Mécanique des Fluides, Institut de Physique, U.S.T.H.B., B.P. 32 El-Alia, Bab-Ezzouar, 16111 Alger

Résumé – Nous étudions numériquement la convection naturelle thermosolutale dans une cavité, rectangulaire. Les parois horizontales de l'enceinte sont chauffées et refroidies et un gradient de concentration vertical est maintenu. L'objectif du présent travail est d'identifier le régime d'écoulement à dominance thermique ou solutale. Il est possible d'obtenir plusieurs solutions qui dépendent essentiellement des conditions initiales. Aussi, les résultats révèlent, que pour un fluide stratifié, un transfert de chaleur conductif s'installe au dépend de la convection thermique. Nous examinons essentiellement le cas d'une cavité de rapport d'aspect égal à deux dans un milieu fluide, pour un nombre de Lewis égal à 100. Le nombre de Grashof varie entre 10^3 et 10^5 .

Nomenclature		<u>Symboles grecs</u>	
A	rapport de forme, $A = L/H$	α	diffusivité thermique [m^2s^{-1}]
C	concentration dimensionnelle	β_s	coefficient d'expansion massique [%wt $^{-1}$]
D	diffusivité massique [m^2s^{-1}]	β_T	coefficient d'expansion thermique [K^{-1}]
G	accélération gravitationnelle [ms^{-2}]	Y,(X)	système de coordonnées adimensionnels, y/H, (x/H)
Gr _s	nombre de Grashof solutal, $G\beta_s \Delta C H^3 / \nu^2$	ϕ	concentration adimensionnelle, (C - C ₀) / ΔC
Gr _T	nombre de Grashof thermique $G\beta_T \Delta C H^3 / \nu^2$	θ	Température adimensionnelle, (T - T ₀) / ΔT
H, L	hauteur et largeur de la cavité	ΔC	différence de concentration entre les parois horizontales, C _h - C ₁
Le	nombre de Lewis α/D	ΔT	différence de température entre les parois verticales, T _h - T _c
N	Rapport de poussée $\beta_s \Delta C / \beta_T \Delta T$	μ	viscosité dynamique du fluide [$kgm^{-1}s^{-1}$]
Nu	nombre de Nusselt moyen	ν	viscosité cinématique, [m^2s^{-1}]
P	pression dimensionnelle	ρ	densité du fluide [kgm^{-3}]
Pr	nombre de Prandtl, ν/α		
Ra _T	nombre de Rayleigh thermique, Gr _T Pr		
Sc	nombre de Schmidt, ν/D	<u>Indices</u>	
Sh	nombre de Sherwood moyen	o	état de référence
T	Température dimensionnelle [K]	S	Solutal
u(v)	composante horizontale et verticale [ms^{-1}]	T	Thermique
U(V)	composantes horizontale (verticale) adimensionnelles de la vitesse uH/ν , ($\nu H/v$)		
x, y	système de coordonnées [m]		

1. INTRODUCTION

La convection naturelle thermosolutale a été étudiée en premier par Bejan, 1984. La majorité des travaux effectués ont concerné le cas des cavités à gradients de température et de concentration horizontaux dans le cas opposé et coopérant.

A la connaissance des auteurs, aucun travail n'a été cité dans la littérature spécialisée concernant la convection avec des gradients croisés à laquelle se rapporte le présent travail. Toute stratification stable où réside un gradient de concentration linéaire dans la direction verticale est perturbé dès que les conditions initiales et ou aux limites sont modifiées.

Il est important de noter, qu'un gradient horizontal imposé de température a le même effet que l'inclinaison de la cavité ou l'entraînement de sa surface libre.

En se basant sur ce dernier, une solution bidimensionnelle peut être justifiée dans le cas de la convection à gradient croisés.

Ce phénomène est d'une importance reconnue dans l'océanographie et dans les problèmes intervenant au cours des dépôts chimiques, par exemple, dans le domaine des énergies renouvelables et pour les à stratification stable, le stockage de l'énergie solaire n'est efficace que si aucun écoulement convectif n'a lieu. Les conditions qui prévalent à l'apparition de la convection doivent être déterminées dans le but d'améliorer le fonctionnement des systèmes de stockages d'énergie solaire.

Un autre problème semble être équivalent; il concerne le chauffage latéral d'une solution salée stratifiée. Dans ce genre de problème, les conditions d'apparition de couche convective et la détermination de la taille de cellules, a été l'objectif principal de Wirtz et Reddy 1979, Benard et al. 1996, Chen et Liu 1997 et Dijkstra et Kranenborg 1998. Le problème qui nous concerne est différent du chauffage latéral puisqu'il s'agit ici d'imposer des conditions limites d'espèce constantes.

Dans ce travail, on examine la structure d'écoulement ainsi que les transferts de chaleur et de masse dans une cavité horizontale de rapport de forme égale à deux, nous adoptons principalement une solution aqueuse où le nombre de Prandtl égale à 7.0 et le nombre de Lewis égal 100. Nous considérons que le fluide est stratifié et stable. Des résultats intéressants sont obtenus pour les différents nombres de rapport de poussée N .

2. LA FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le problème physique concernant la récupération d'énergie solaire est représentée sur la figure 1. Nous considérons numériquement une cavité rectangulaire bidimensionnelle de hauteur H et de largeur L . Les parois verticales de l'enceinte, droite et gauche sont maintenues à des températures T_h et T_c respectivement ($T_h > T_c$). La paroi horizontale inférieure est supposée être saturée en sel (C_h) tandis que la paroi horizontale supérieure est moins concentrée (C_1).

Dans la seconde partie, nous analyserons le cas où le soleil réchauffe en plus de la paroi gauche, toute la paroi inférieure dans un cas et la moitié de la paroi inférieure dans un autre cas.

On suppose que l'écoulement est incompressible, laminaire et newtonien. Les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes et l'approximation de Boussinesq est adoptée: la densité est constante sauf dans le terme de force de volume, où elle est supposée varier linéairement avec la température et la concentration comme :

$$\rho(T, C) = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) + \beta_S (C - C_0)] \quad (1)$$

où, $\beta_T = \frac{-1}{\rho_0} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_C$ et $\beta_S = \frac{-1}{\rho_0} \left[\frac{\partial \rho}{\partial C} \right]_T$

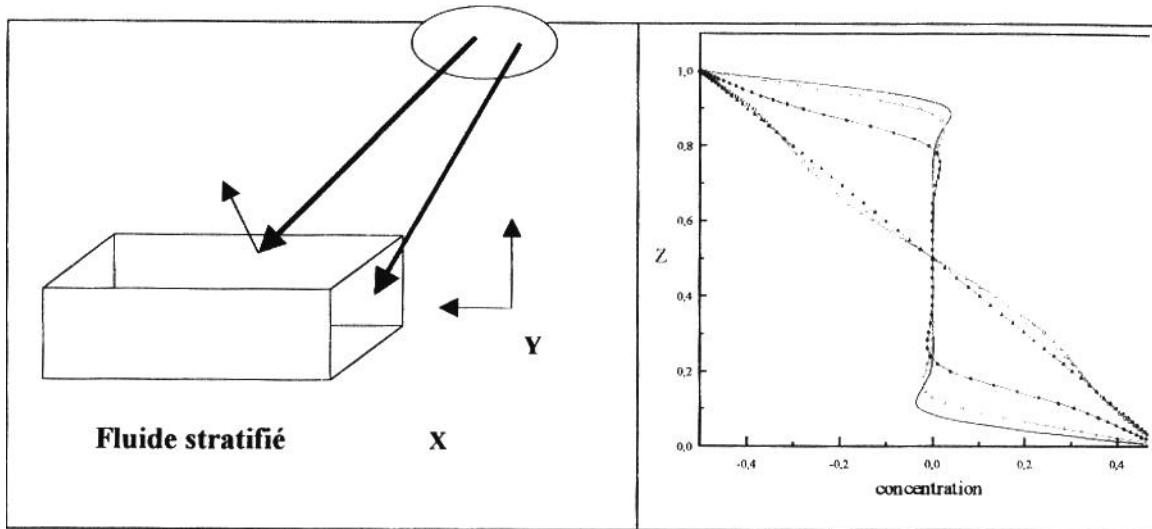


Fig. 1. Le diagramme schématique du problème et du système de coordonnées en convection avec un gradient thermique horizontal et un gradient vertical de concentration

Les effets Dufour et Soret sur le transfert de chaleur et de masse sont négligeables.

Les équations adimensionnées de conservation de masse, d'énergie, d'espèce et de quantité de mouvement s'écrivent:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \theta = \frac{1}{Pr} \Delta \theta \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \phi = \frac{1}{Sc} \Delta \phi \\ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = \Delta \vec{V} - \vec{\nabla} P + (Gr_T \theta - Gr_S \phi) \vec{k} \end{cases} \quad (2)$$

Nous supposons qu'au repos, le fluide est stratifié en concentration: $\phi = 1 - Y(j)$, $j=1, H$

Des conditions de non-glissement sont imposées aux parois (cavité confinée $u = v = 0$).

$X = 0$	$\theta = 0.5$	$\frac{\partial C}{\partial x} = 0$	$u = v = 0$
$X = A$	$\theta = -0.5$	$\frac{\partial C}{\partial x} = 0$	$u = v = 0$
$Z = 0$	$\phi = 0.5$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$	$u = v = 0$
$Z = 1$	$\phi = -0.5$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$	$u = v = 0$

Compte tenu des grandeurs de référence utilisées, les transferts de chaleur et de masse sont définis par :

$$\text{Nu} = \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \cdot dy \quad \text{Sh} = \int_0^{1/A} \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot dx$$

3. RESOLUTION NUMERIQUE

L'ensemble des équations couplées est résolu par une méthode de volumes finis, utilisant la technique proposée par Patankar. Les équations de conservation sont intégrées sur les volumes de contrôles définis par le maillage d'espace. Les équations discrètes qui résultent de chaque équation de conservation sont résolues par une procédure de double balayage (ADI). Le couplage pression-vitesse est résolu par une procédure itérative de correction de la pression SIMPLER.

Pour une bonne représentation spatiale, le maillage adéquat consiste à avoir suffisamment de noeud dans la couche limite la plus fine. Dans nos calculs, nous avons utilisé un maillage non uniforme dans les deux directions, 150 x 81 noeuds.

4. RESULTATS ET DISCUSSION

Pour des valeurs de N supérieures à l'unité, l'écoulement est stagnant à l'intérieur de la cavité et il est essentiellement conductif. Dans ce cas-là, les valeurs adimensionnelles du nombre de Nusselt et de Sherwood moyen sont proches de 0,5 et 1, respectivement.

Lorsque N est de l'ordre de l'unité, il existe une compétition entre les forces de poussée thermique et solutale qui sont du même ordre. Dans cette gamme de valeurs de N , la dynamique de l'écoulement devient plus compliquée. C'est pour cela, que nous nous sommes intéressés à cette région de N et plus spécialement lorsque N est compris entre 0,5 et 10 ($0.5 < N < 10.0$).

Nous analysons dans la section suivante, la structure d'écoulement, thermique et solutale, le diagramme de bifurcation et les taux de transferts de chaleur et de masse.

Une série de test a été réalisé pour analyser l'évolution des transferts de chaleur et de masse en fonction de N . Deux différentes voies ont été adoptées, la première, en initialisant le calcul par une solution correspondante à N élevé (solution diffusive) $N=3$ et l'autre en initialisant le calcul par une solution correspondante à des N faible (solution convective) $N=0$.

La figure 2a, illustre l'évolution du transfert de chaleur et de masse en fonction de N . Pour les faibles valeurs de N , des cellules convectives d'origine thermique prennent place et les transferts sont convectifs. Le transfert de masse est plus important que le transfert de chaleur à cause du nombre de Lewis qui est de l'ordre de 100 (la chaleur diffuse plus que l'espèce). Avec l'accroissement de N , les transferts de chaleur et de masse décroissent, car la région stable et stratifiée en concentration, prend place sans créer un écoulement significatif à l'intérieur de cette région.

Pour les valeurs de N supérieur à 2, une solution diffusive stable, relativement sans écoulement est obtenue dans la partie majeure de la cavité. En faisant décroître N , cette stratification reste stable jusqu'à $N= 1,3$. Pour des valeurs de N plus petites, un régime convectif se met en place. La zone de transition se décale vers des N de plus en plus élevés lorsque l'on augmente le nombre de Gr_T .

L'accroissement du nombre de Gr_T a pour conséquence l'augmentation de la zone où un phénomène d'hystérésis est identifiée, (voir figure 2b, 2c).

L'apparition d'une hystérésis a été obtenue par T. Nishimura 1998 dans le cas où $Pr=1$, $Le=2$, $Gr_T=10^5$ pour un rapport de forme égale à 2.

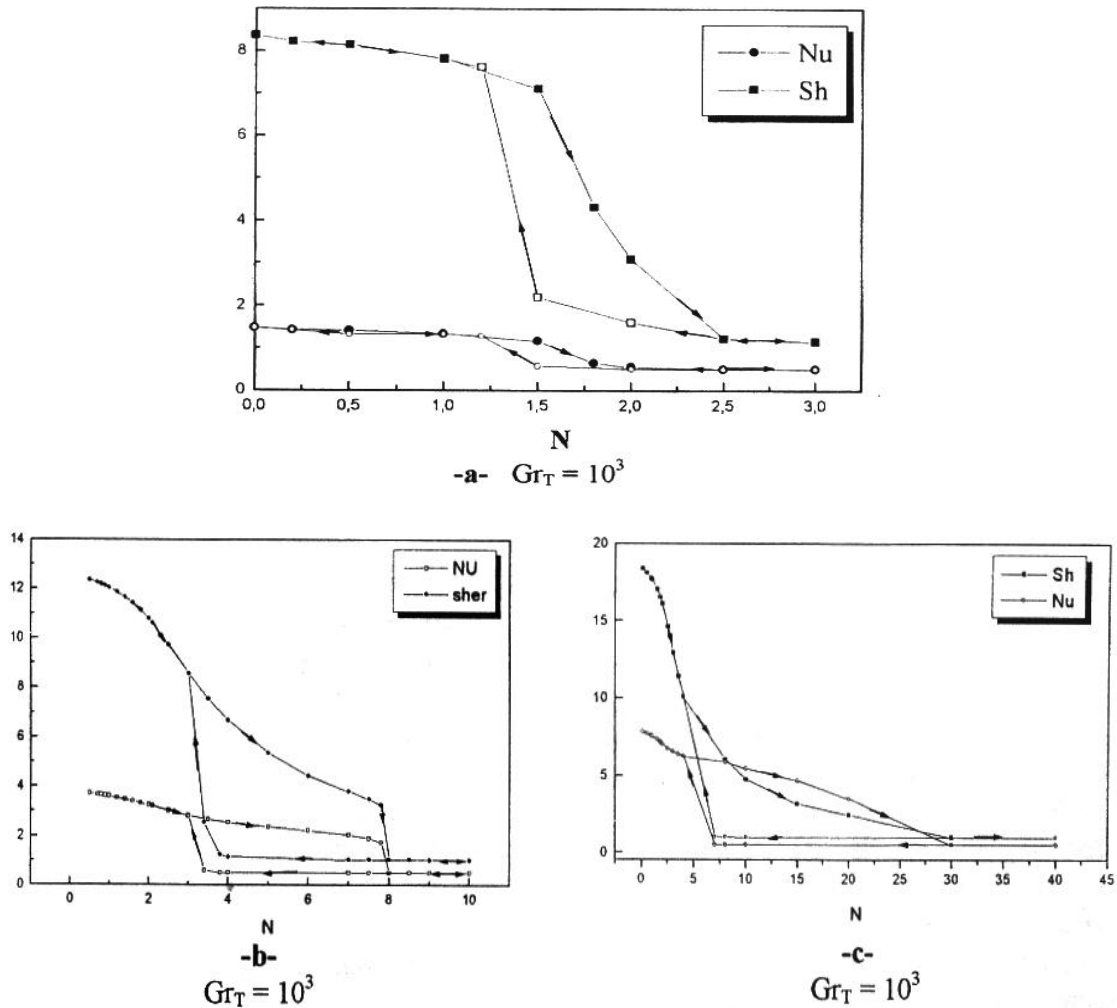


Fig. 2. Effet de N sur les transferts de chaleur et de masse
 $A = 2$, $Pr = 7$, $Le = 100$

Nous allons voir maintenant sur les figures 3a et 3b, le comportement temporel du transfert de chaleur et de masse pariétal et central ainsi que la fonction de courant, pour le cas $Gr_T = 10^5$, $N = 10$, $Le = 100$, $A = 0.5$ situé à l'intérieur de la zone hystérésis étudié précédemment.

On remarque que ces transferts exhibent des oscillations monopériodiques de période 0.16039.

On remarque aussi que l'amplitude des oscillations que présente les transferts au centre de la cavité sont plus importantes que celle présentée au voisinage de la paroi.

On peut attribuer l'origine de cet écoulement oscillatoire à des instabilités de nature thermosolutale causées par une amplification des perturbations de concentration. En conséquence, des taches de fluide à concentration uniforme prennent naissance pendant une partie de la période puis sont entraînées et dispersées en raison de la diffusion massique après avoir été formées pendant un certain laps de temps. Ces perturbations affectent donc la vitesse par le mécanisme de couplage et se répercute donc sur les transferts de chaleur et de masse.

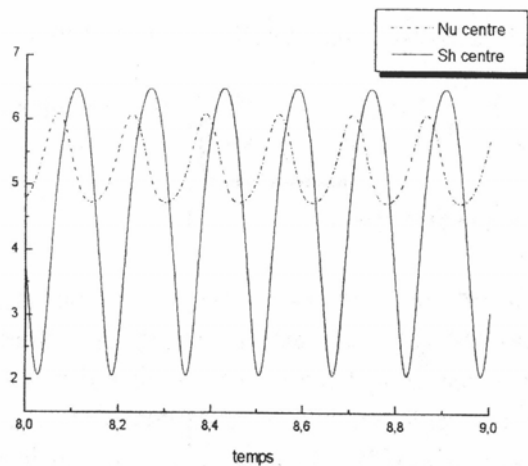


Fig. 3a. Modèle d'oscillation des transferts sur le plan médian vertical

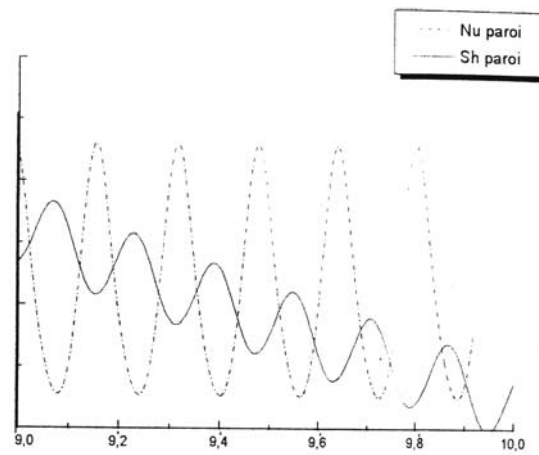


Fig. 3b. Modèle d'oscillation des transferts au voisinage de la paroi

5. CONCLUSION

Nous avons étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité avec un gradient horizontal en température et un gradient vertical en concentration.

Nous avons considéré l'effet de nombre de poussée N sur l'apparition de l'hystérésis pour $Pr=7.0$, $Le=100$ et $A=2.0$ et les principales remarques tirées sont :

Nous retrouvons trois régimes d'écoulement distincts, pour les faibles valeurs de N , des cellules convectives dues essentiellement aux forces thermiques se mettent en place et pour des valeurs de N plus élevées, le transfert est diffusif et la stratification stable en concentration bloque l'écoulement. Pour des valeurs intermédiaires de N (N modérés), le transfert diminue avec l'accroissement de N .

Dans la zone de transition, la solution numérique dépend de la condition initiale et un effet d'hystérésis est donc observé. Dans cette situation, deux solutions distinctes sont présentées pour le même rapport de poussée N .

Ce phénomène d'hystérésis est souvent accompagné d'un écoulement oscillatoire qui s'installe au dépend d'un écoulement stationnaire.

REFERENCES

- [1] T.I. Nishimura, T. Imoto and M. Wakamatsu, 'A Numerical Study of the Structure of Double Diffusive Natural Convection in Square Cavity', Thermal Engineering Conference: Vol. 1, ASME, pp. 193-200, 1995.
- [2] Chen and J.K. Liou, 'Time-Dependent Double Diffusive Convection due to Salt-Stratified Fluid Layer with Differential Heating in an Inclined Cavity', Int. J. Heat Mass Transfer, 40, pp. 711-725, 1997.
- [3] A. Dijkstra and E.J. Kranenborg, 'On the Evolution of Double Diffusive Intrusions into Stably Stratified Liquid : the Physics of Self Propagation', Int. J. Heat Mass Transfer, 14, pp. 2113-2124, 1998.
- [4] Bénard, R. Benard, R. Bennacer and D. Gobin, 'Melting Driven Thermohaline Convection', Phys. Fluids, 8, pp. 112-130, 1996.
- [5] Wirtz and C.S. Reddy, 'Experiments on Convective Layer Formation and Merging in a Differentially Heated Slot', J. Fluid. Mech., 91, pp. 451-464, 1979.