

Simulation de la Convection Naturelle en Régime Permanent dans une Cuve Cylindrique : Cas de l'Hydrogène Liquide

A. Benkhelifa et M. Belhamel

Centre de Développement des Energies Renouvelables, B.P. 62, Route de l'Observatoire, Alger, Algérie

Résumé - Cet article présente une simulation numérique de la convection naturelle en régime permanent dans une cuve cylindrique. Cette enceinte, de rapport de forme $H/D = 0.5$, est utilisée dans le stockage à l'état liquide ou cryogénique de l'hydrogène (nombre de Prandtl $Pr = 1.29$). La température de ses parois latérale et supérieure est élevée par rapport à celle de sa paroi inférieure. L'écoulement est supposé bidimensionnel (axisymétrique) et laminaire.

Le modèle numérique développé a été résolu par l'algorithme SIMPLE en utilisant un schéma d'approximation de la "loi de puissance".

L'influence du nombre de Rayleigh ($10 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^9$) sur le transfert thermique et le champ dynamique a été analysée et des corrélations donnant le nombre de Nusselt moyen au niveau des parois latérale et inférieure ont été établies.

Mots clés: Energie solaire - Stockage de l'hydrogène - Hydrogène liquide - Convection naturelle - Enceinte cylindrique - Volumes finis.

1. INTRODUCTION

La gestion du problème de l'énergie constitue actuellement un enjeu stratégique dans le monde entier. En effet, avec l'amenuisement des ressources classiques conjugué à une demande toujours croissante, l'homme doit prendre le relais en cherchant des solutions de substitution.

A cet égard, le soleil constitue une source d'énergie d'attrait incontestable car elle est inépuisable, écologique et peut être d'usage économique. Parmi les applications les plus prometteuses de cet énergie, la production de l'hydrogène prend de plus en plus d'importance. Cet intérêt est justifié surtout par le fait que sa combustion génère uniquement de l'eau et des oxydes d'azote, mais pas de gaz carbonique. En effet, non seulement l'hydrogène est un vecteur d'énergie de première qualité, qu'on peut utiliser très efficacement et qui ne produit aucune émission de GES (Gaz à Effet de Serre), mais il permet également de la distribuer et de la stocker.

Actuellement, les efforts, dans ce domaine, sont axés surtout sur la réduction des coûts de :

- sa production (à partir de sources d'énergies renouvelables),
- son stockage
- son transport.

Concernant le deuxième axe de recherches, on distingue différents modes de stockage de l'hydrogène [1- 4] :

- dans les hydrures métalliques,
- sous forme de mélange solide/gaz,
- à l'état gazeux
- à l'état liquide.

Dans la présente communication, nous nous intéressons au stockage à l'état liquide ou cryogénique. Pour ce faire, nous avons simulé, moyennant la méthode numérique des volumes finis, la convection naturelle en régime permanent dans une cuve de stockage cylindrique disposée verticalement. Cette enceinte, de rapport de forme $A = 0.5$ ($A = H/D = \text{Hauteur/diamètre}$), est chauffée au niveau de ses parois latérale et supérieure et est refroidie au niveau de sa paroi inférieure. En plus de l'analyse de l'influence du nombre de Rayleigh ($10 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^9$) sur le transfert thermique et le champ dynamique, des corrélations donnant le nombre de Nusselt moyen au niveau des parois latérale et inférieure ont été établies, et ce, pour un nombre de Prandtl $Pr = 1.29$.

2. FORMULATION

L'écoulement de convection naturelle, en régime permanent, est supposé laminaire. Il est régi par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Le fluide considéré est supposé newtonien, incompressible et visqueux et ses propriétés physiques sont considérées constantes sauf, dans le terme de force de pesanteur. Nous supposons enfin que la dissipation visqueuse est négligée dans l'équation du bilan d'énergie.

Moyennant ces hypothèses et en utilisant les variables réduites suivantes :

$$x = \frac{x^+}{H}, \quad y = \frac{y^+}{H}, \quad u = \frac{u^+}{V_r}, \quad v = \frac{v^+}{V_r}, \quad T = \frac{T^+ - T_c}{\Delta T}, \quad P = \frac{P^+}{\rho V_r^2}, \quad V_r = \sqrt{g\beta\Delta TH}$$

Les équations régissant l'écoulement peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (ru\phi) + \frac{\partial}{\partial y} (rv\phi) - \Gamma_\phi \frac{\partial}{\partial x} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \Gamma_\phi \frac{\partial}{\partial y} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] = S_\phi \quad (1)$$

Les expressions de ϕ , Γ_ϕ et S_ϕ sont données dans le tableau 1.

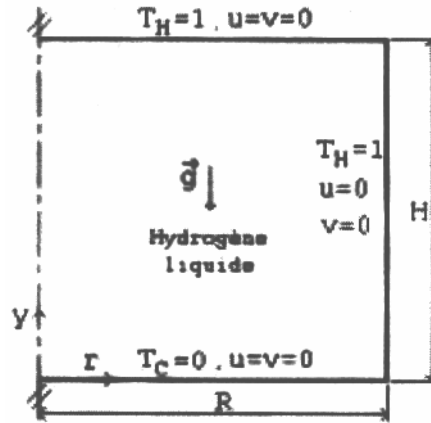


Fig. 1: Schéma de la cuve de stockage à étudier ($Pr = 1.29$, $H = R$)

Tableau 1: Expressions de Γ_ϕ et S_ϕ

| Equation : | ϕ | Γ_ϕ | Terme source S_ϕ |
|--------------------------------------|--------|--------------------------------------|--|
| - de continuité | 1 | 0 | 0 |
| - de quantité de mouvement suivant r | u | $\left(\frac{Pr}{Ra} \right)^{0.5}$ | $-\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{u}{r^2} \Gamma_\phi$ |
| - de quantité de mouvement suivant y | v | $\left(\frac{Pr}{Ra} \right)^{0.5}$ | $-\frac{\partial P}{\partial y} + T$ |
| - d'énergie | T | $\frac{1}{(Ra Pr)^{0.5}}$ | 0 |

3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les différentes équations ont été discrétisées moyennant la procédure numérique des volumes finis et le schéma d'approximation utilisé est celui de la "loi de puissance". Le système d'équations ainsi discrétisées a été résolu par l'algorithme "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) [5, 6].

Nous avons étudié l'effet du nombre de Rayleigh ($10 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^{+9}$) sur le comportement dynamique et thermique du fluide dans la cuve. Cette dernière est remplie d'hydrogène liquide qui se trouve à une température uniforme ($Pr = 1.29$).

Il faut noter aussi que les résultats ont été obtenus en utilisant un maillage non uniforme de 41×41 nœuds.

3.1 Analyse des champs thermique et dynamique

L'examen de la figure 2, nous montre que plus le nombre de Rayleigh augmente plus la variation de la température, suivant le rayon r, tend vers 0 (excepté tout près de la paroi latérale). Ceci favorise la stratification thermique. Nous constatons aussi l'apparition d'une zone dont la température est pratiquement uniforme ($T_H = 1$). Cette zone atteint les 4/5 du volume de la cuve à $Ra = 10^{+9}$.

Concernant le champ dynamique, nous remarquons que le centre de l'écoulement tourbillonnaire se déplace vers le corner bas de la paroi latérale. Pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh, ce tourbillon tend à disparaître (Fig. 3). A ce niveau là, le fluide devient pratiquement immobile et le transfert de chaleur entre strates se fait par conduction.

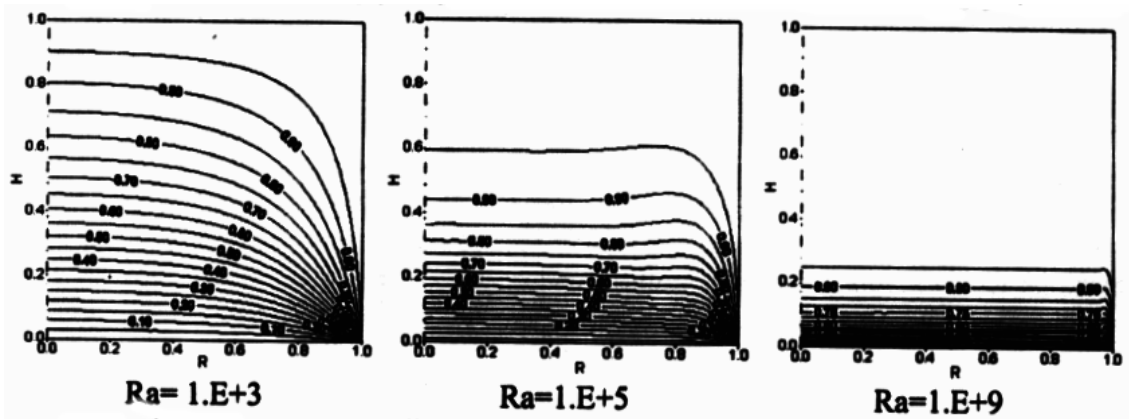


Fig. 2: Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh (Pr= 1.29)

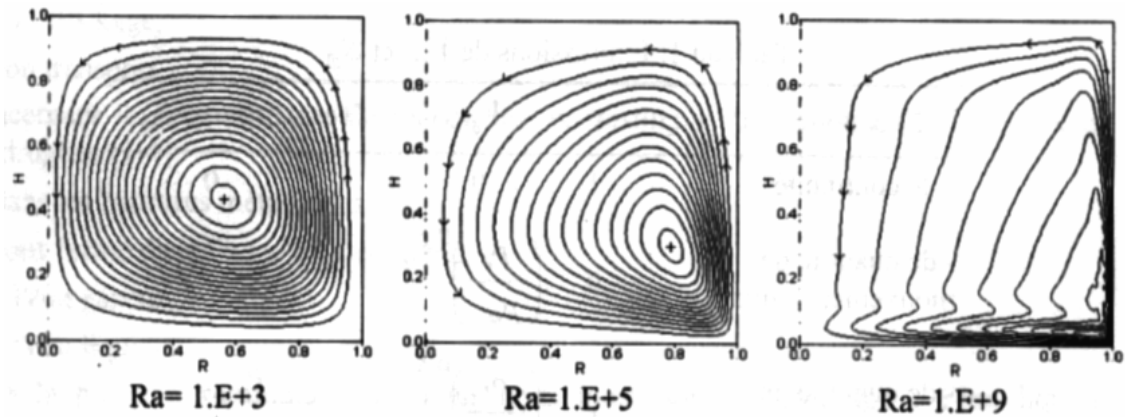


Fig. 3: Isolignes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh (Pr= 1.29)

3.2 Analyse du transfert de chaleur

Pour analyser le transfert de chaleur entre les différentes parois et le fluide adjacent, nous avons défini, au niveau de chaque paroi, un nombre de Nusselt moyen:

- Paroi latérale

$$\overline{Nu}_{lat} = \frac{1}{\Delta TH} \int_0^H \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} dy \quad (2)$$

- Paroi supérieure

$$\overline{Nu}_{sup} = \frac{2}{\Delta TR^2} \int_0^R \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H} r dr \quad (3)$$

- Paroi inférieure

$$\overline{Nu}_{inf} = \frac{2}{\Delta TR^2} \int_0^R \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} r dr \quad (4)$$

L'examen des figures 4 et 5 nous montre que le transfert de chaleur au niveau de la paroi latérale est plus important par rapport à celui au niveau de la paroi supérieure; l'énergie provenant de cette dernière tend pratiquement vers 0. On peut dire alors que cette paroi se comporte comme si elle était adiabatique. Ceci peut

être mieux aperçu sur les figures 6, 7 et 8 représentant l'évolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Rayleigh au niveau des différents parois.

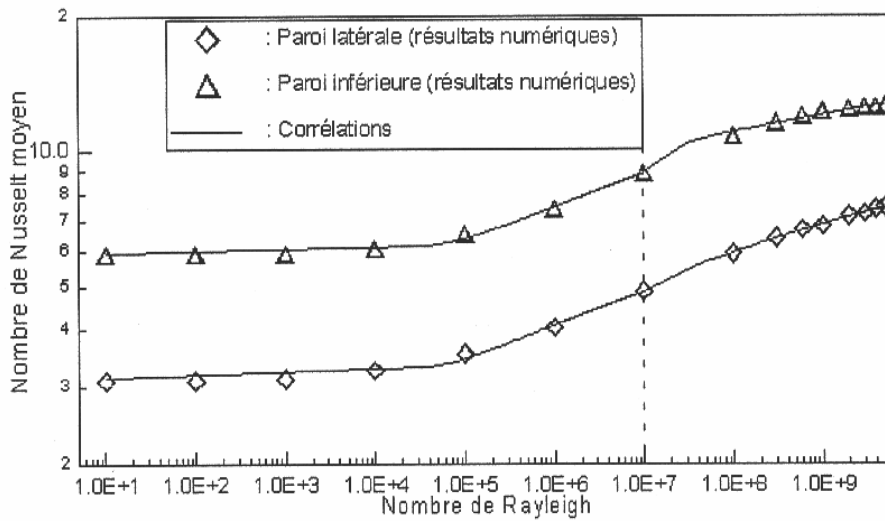


Fig. 4: Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh (Parois latérale et inférieure)

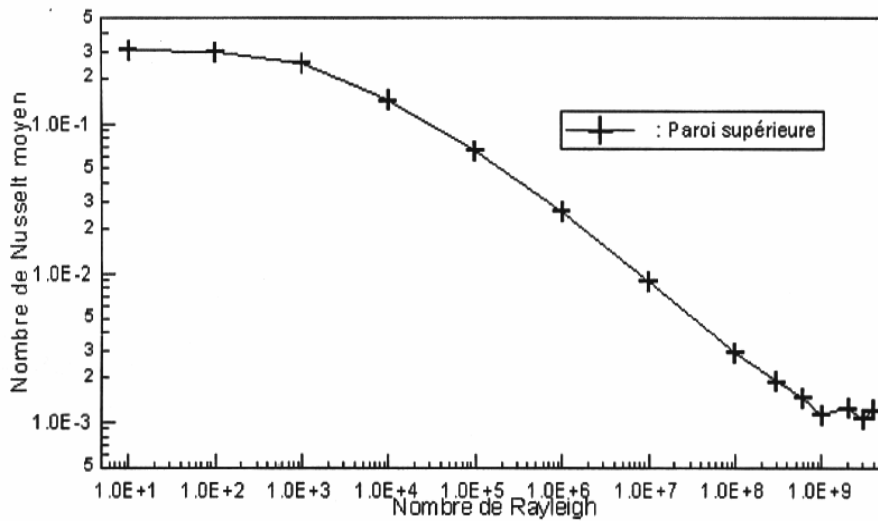


Fig. 5: Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh (Paroi supérieure)

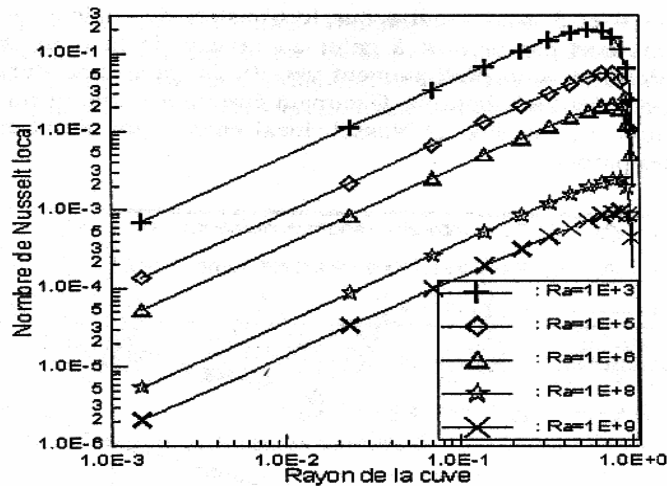


Fig. 6: Nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Rayleigh (paroi supérieure)

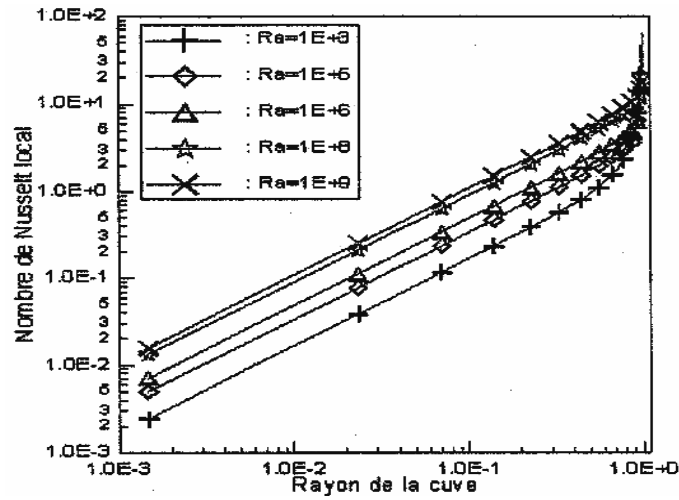


Fig. 7: Nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Rayleigh (paroi inférieure)

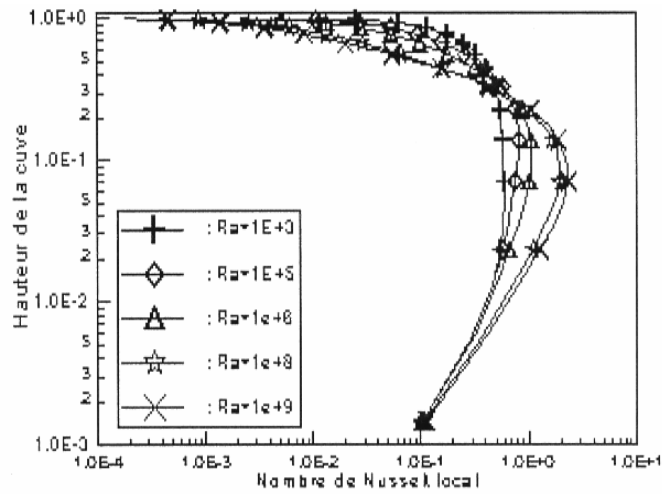


Fig. 8: Nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Rayleigh (paroi latérale)

Afin de mieux interpréter ce transfert de chaleur, nous avons établi des corrélations donnant le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh ($10 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^9$) :

- Paroi latérale

$$\begin{aligned}
 10 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^7 & \quad \overline{Nu}_{lat} = -0.61104 + 0.33857 \log(Ra + Pr^{43.5}) \\
 10^7 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^9 & \quad \overline{Nu}_{lat} = -1.25669 + 0.39134 \log(Ra - Pr^{60})
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

- Paroi inférieure

$$\begin{aligned}
 10 \leq Ra \leq 10^9 & \quad \overline{Nu}_{inf} = -1.34677 + 0.63482 \log(Ra + Pr^{45.25}) \\
 10^7 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^9 & \quad \overline{Nu}_{inf} = 3.08067 + 0.43039 \log(Ra - Pr^{63.25})
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Une bonne concordance entre ces corrélations et les résultats numériques est observée sur la figure 4.

NOMENCLATURE

| | | | |
|-----------------------|--|---------------|--|
| A | Rapport de forme ($A = H/D$) | v | Vitesse adimensionnelle suivant la direction y |
| C_p | Chaleur massique à pression constante (J/kgK) | V_r | Vitesse de référence ($V_r = \sqrt{g\beta\Delta TH}$) |
| g | accélération de la pesanteur (m/s^2) | r, y | Variables indépendantes adimensionnelles |
| Gr | Nombre de Grashof ($Gr = \rho^2 g \beta \Delta T H^3 / \mu^2$) | β | Coefficient de dilatation volumique à pression constante |
| H | Hauteur de la cavité | ΔT | Ecart de température ($\Delta T = T_H - T_C$) |
| K | Conductivité thermique (W/mK) | Γ_ϕ | Coefficient de diffusion relatif à la variable ϕ |
| \overline{Nu}_{sup} | Nombre de Nusselt moyen au niveau de la paroi supérieure | μ | Viscosité dynamique (kgm/s) |
| \overline{Nu}_{inf} | Nombre de Nusselt moyen au niveau de la paroi inférieure | ρ | Masse volumique du fluide (kg/m^3) |
| \overline{Nu}_{lat} | Nombre de Nusselt moyen au niveau de la paroi latérale | ϕ | Variable dépendante adimensionnelle |
| P | Pression adimensionnelle | | |
| Pr | Nombre de Prandtl ($Pr = \mu C_p / k$) | | |
| R | Rayon de la cuve cylindrique | | |
| r | Variable indépendante adimensionnelle | | |
| Ra | Nombre de Rayleigh ($Ra = Gr Pr$) | | |
| S_ϕ | Terme source relatif à la variable ϕ | | |
| T | Température adimensionnelle | | |
| u | Vitesse adimensionnelle suivant la direction r | | |

Indice inférieur

r relatif à une grandeur de référence

Indice supérieur

$+$ relatif à une grandeur réelle

H relatif à la paroi chaude

C relatif à la paroi froide

REFERENCES

- [1] C. Bellecci, R. Visentin, A.N. Mancini and I.F. Quercia, Proceedings of the First Seminar on Solar Energy Storage - Thermal Storage, Miramare, Trieste, 4-8 Septembre 1978, Italy, IAEA, ICTP, UNESCO, COMPLES, 1978.
- [2] T. Ohta, '*Solar Hydrogen Energy Systems*', Pergamon Press, New York, 1979.
- [3] J.F. Kreider and F. Kreith, '*Solar Energy Handbook*', Mc Graw- Hill, U. S. A., 1981.
- [4] K. Seo Young and K. Byung Ha, '*Thermal Design Analysis of a Liquid Hydrogen Vessel*', International Journal of Hydrogen Energy, Vol. 25, pp. 133-141, 2000.
- [5] S.V. Patankar, '*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*', Hemisphere, Washington D.C., 1980.
- [6] A. Benkhelifa, '*Etude Numérique de la Stratification Thermique dans une Cuve de Stockage Cylindrique*', Thèse de Magister, C.D.E.R., Bouzaréah, Alger, Algérie, 1994.