

Simulation Numérique d'un Écoulement de Type Jet Plan Turbulent à Masse Volumique Variable par Deux Modèles de Turbulence au Premier Ordre

S. Habli¹, H. Mhiri¹, S. El Golli¹, G. Le Palec² et P. Bournot²

¹Thermal and Fluid Mechanics Laboratory, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, Route de Ouardanine, 5000 Monastir, Tunisie

²UNIMECA, 60 Rue Juliot Curie, Technopôle de Château-Gombert, 13453 Marseille Cedex 13, France

Résumé - Pour le cas du jet plan à masse volumique variable, et à notre connaissance, l'efficacité des modèles au premier ordre pour décrire l'écoulement n'a pas été examinée : en effet, les travaux qui ont traité ce type d'écoulement ont adopté des approches basées sur des méthodes intégrales [3]. C'est pourquoi nous nous proposons dans ce travail de résoudre numériquement un écoulement de type jet plan à masse volumique variable en régime turbulent en utilisant deux modèles de turbulence au premier ordre : le modèle $k-\varepsilon$ standard et un modèle $k-\varepsilon$ modifié.

Une méthode aux différences finies est utilisée pour résoudre les équations régissant ce type d'écoulement. Les résultats numériques sont comparés à ceux expérimentaux de N.E. Kotosovinos [4] et à ceux numériques de R.M. SO et al. [3].

L'ensemble des résultats montre la fiabilité de la simulation numérique et de la modélisation au premier ordre pour le cas d'un écoulement tendant vers un jet non flottant. Lorsque la flottabilité devient importante, la comparaison entre les prédictions des deux modèles ne montre pas une grande différence pour le champ scalaire, par contre la vitesse sur l'axe du jet reste toujours surestimée par rapport à l'expérience.

Cette étude nous permet de conclure que l'analyse du couplage entre champ de vitesse et du scalaire est essentielle pour la compréhension des mécanismes du développement du jet flottant à masse volumique variable.

1. INTRODUCTION

Les jets turbulents dans un milieu au repos peuvent être classés suivant l'importance relative de deux paramètres. L'un est le flux initial d'inertie M , l'autre est le flux de flottabilité B . L'intensité relative des forces de flottabilité vis-à-vis des forces d'inertie peut faire passer du régime du jet inertiel à celui de panache. Néanmoins, même dans un jet vertical flottant, différents régimes d'écoulement peuvent être identifiés dépendant de l'influence relative de M et B . Puisque l'écoulement dans la première région dépend seulement de M et du rapport de densité w , il peut être analysé d'une manière similaire à celle des jets non flottants.

L'approche prise pour résoudre le problème de panache est légèrement différente de celle prise pour aborder les jets à densité variable non flottants. Les études préalablement publiées évitent les difficultés dues aux modèles de turbulence et tentent de résoudre le problème de panache en utilisant les méthodes intégrales. Ces différentes approches présentent des résultats assez satisfaisants quand ils sont appliqués pour traiter les jets à densité variable non flottants et de panache séparément. Cependant, ils ne sont pas appropriés pour analyser la structure entière d'un écoulement de type jet flottant.

Cette difficulté peut être évitée en adoptant une approche complètement différente qui consiste à utiliser des modèles de turbulence [1]. Le modèle le plus utilisé ($k-\varepsilon$) nécessite deux équations de plus qui sont le transport de l'énergie cinétique turbulente et son taux de dissipation, et de plus, d'une viscosité de turbulence qui lie les flux de turbulence aux gradients de vitesse et du scalaire moyens.

Pour le cas du jet plan turbulent de l'air dans l'air [2], il a été montré, en supposant que l'écoulement est incompressible, que le modèle $k-\varepsilon$ standard est suffisant pour reproduire les résultats expérimentaux pour un écoulement isotherme. Par contre, pour un écoulement anisotherme, un modèle $k-\varepsilon$ modifié, utilisant un coefficient C_μ qui est une fonction empirique du nombre de Froude exprimé en fonction de l'écart de la température, est adopté généralement pour mieux prédire le taux d'expansion du jet.

Pour le cas du jet plan à masse volumique variable, l'efficacité du modèle au premier ordre pour décrire l'écoulement n'a pas été examinée : en effet, les travaux qui ont traité ce type d'écoulement ont adopté des approches basées sur des méthodes intégrales [3]. C'est pourquoi nous nous proposons dans ce travail de résoudre numériquement un écoulement de type jet plan à masse volumique variable en régime turbulent en utilisant deux modèles de turbulence : le modèle $k-\varepsilon$ standard et un modèle $k-\varepsilon$ modifié utilisant un coefficient C_μ qui est une fonction du nombre de Froude, ce dernier étant défini à partir de la différence des masses volumiques. Les résultats numériques sont comparés à ceux expérimentaux réalisés pour un écoulement chauffé d'eau dans l'eau [4].

2. MISE EN EQUATIONS

Nous considérons un écoulement de type jet plan vertical débouchant dans une atmosphère de masse volumique différente. Le jet est issu d'une buse dont les dimensions sont réduites vis-à-vis de l'enceinte dans laquelle débouche l'écoulement. Les gaz émis se comportent comme des gaz parfaits. L'écoulement est de type couche limite, stationnaire en moyenne et à turbulence pleinement développée (grands nombres de Reynolds).

Les variables adimensionnelles utilisées sont les suivantes :

$$X = \frac{x}{e}, \quad Y = \frac{y}{e}, \quad U = \frac{\tilde{u}}{\tilde{u}_0}, \quad V = \frac{\tilde{v}}{\tilde{u}_0}, \quad \phi_p = \frac{(\tilde{p} - \tilde{p}_\infty)}{\tilde{p}_0 - \tilde{p}_\infty}, \quad F = \frac{(\tilde{f} - \tilde{f}_\infty)}{(\tilde{f}_0 - \tilde{f}_\infty)}, \quad K = \frac{k}{\tilde{u}_0^2}, \quad E = \frac{\varepsilon e}{\tilde{u}_0^3} \quad (1)$$

\tilde{f} désigne la température moyenne dans le cas d'un jet chauffé, ou la fraction massique moyenne dans le cas de l'étude d'un mélange isotherme.

En utilisant la décomposition de Favre, les équations fondamentales adimensionnées s'écrivent alors de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\gamma V)}{\partial X} + \frac{\partial(\gamma V)}{\partial Y} &= 0 \\ \gamma \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) &= \frac{\partial}{\partial Y} \left(-\gamma \overline{U'V'} \right) + \frac{F}{Fr} \\ \gamma \left(U \frac{\partial F}{\partial X} + V \frac{\partial F}{\partial Y} \right) &= \frac{\partial}{\partial Y} \left(-\gamma \overline{V'F'} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

avec: $\phi_p(1 - 1w) + 1/w$

L'introduction des grandeurs fluctuantes rend ce système ouvert. Sa fermeture nécessite l'utilisation d'un modèle de turbulence. Le modèle de turbulence utilisé est le modèle k-ε. Les équations de transport pour ces grandeurs turbulentes sont données par le système d'équations suivant (3) :

$$\begin{aligned} \gamma \left(U \frac{\partial K}{\partial X} + V \frac{\partial K}{\partial Y} \right) &= \frac{\partial}{\partial Y} \left[\gamma \frac{\nu_T}{\delta_k} \frac{\partial K}{\partial Y} \right] + \gamma \nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 + \frac{\nu_T}{\delta_f} \left(\frac{1}{Fr} \right) \frac{\partial \phi_p}{\partial X} - \gamma E \\ \gamma \left(U \frac{\partial E}{\partial X} + V \frac{\partial E}{\partial Y} \right) &= \frac{\partial}{\partial Y} \left[\gamma \frac{\nu_T}{\delta_\varepsilon} \frac{\partial E}{\partial Y} \right] + c_{\varepsilon 1} \gamma \frac{E}{K} \nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 + c_{\varepsilon 1} \frac{\nu_T}{\delta_f} \left(\frac{1}{Fr} \right) \frac{\partial \phi_p}{\partial X} - c_{\varepsilon 2} \gamma \frac{E^2}{K} \\ \overline{U'V'} &= -\nu_T \frac{\partial U}{\partial Y}; \quad \overline{V'F'} = -\frac{\nu_T}{\delta_f} \frac{\partial F}{\partial Y} \quad \text{et} \quad \nu_T = C_\mu \frac{K^2}{E} \end{aligned} \quad (3)$$

La résolution des systèmes d'équations (2) et (3) nécessite l'utilisation de plusieurs coefficients qui sont des valeurs standard déterminées à partir de l'expérience :

$$\delta_k = 1.0; \quad \delta_\varepsilon = 1.3; \quad c_{\varepsilon 1} = 1.44; \quad \delta_f = 0.85$$

Le modèle k-ε standard utilise un coefficient C_μ constant : $C_\mu = 0.09$. Par contre, le modèle k-ε modifié utilise un coefficient C_μ qui est une fonction empirique du nombre de Froude [2] :

$$C_\mu = 0.09(1 + (4/9)(1 + \tanh(2 \log(1/Fr) + 3)))$$

Pour compléter le problème, outre les systèmes d'équations cités ci-dessus, il faut tenir compte des conditions aux limites (4) et de celles d'émission (pour $X = 0$) (5) :

$$\underline{X > 0} : \begin{cases} V = \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial F}{\partial Y} = \frac{\partial K}{\partial Y} = \frac{\partial E}{\partial Y} = 0 & \text{pour } Y = 0 \\ U, F, K, E \rightarrow 0 & \text{pour } Y \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4)$$

$$\underline{X = 0} : V = 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} U = 1, F = 1, K = 0.02, E = 0.0016 & \text{si } 0 \leq Y < 1/2 \\ U = 0, F = 0, K = 0, E = 0 & \text{si } Y \geq 1/2 \end{cases} \quad (5)$$

Lorsque le jet est constitué de deux gaz, la masse volumique du mélange est donnée par la relation suivante : $1/\tilde{\rho} = F/\tilde{\rho}_0 + (1-F)/\tilde{\rho}_\infty$ [1].

3. RESULTATS NUMERIQUES

Le modèle numérique élaboré est basé sur une méthode aux différences finies. Le maillage adopté est décalé pour des raisons de stabilité numérique, non uniforme suivant la direction longitudinale et uniforme dans la direction transversale de l'écoulement. Le nombre de points dans cette dernière direction doit être suffisant pour que le jet ne soit pas coupé. Cette méthode a déjà été utilisée et validée.

Afin de tester la validité de notre code de calcul numérique, nous avons comparé sur la figure 1, la vitesse verticale au centre et le flux de flottabilité normalisé avec ceux, numériques, de R.M. SO and al. [3]. Une concordance satisfaisante est observée. Cette figure nous révèle aussi que lorsque w augmente, c'est-à-dire lorsque nous éjectons des gaz plus lourds que l'air, la vitesse au centre U_c augmente et par la suite le jet s'accélère et le flux de flottabilité normalisé diminue (c'est à dire ϕ_p diminue) (Fig. 1(b)).

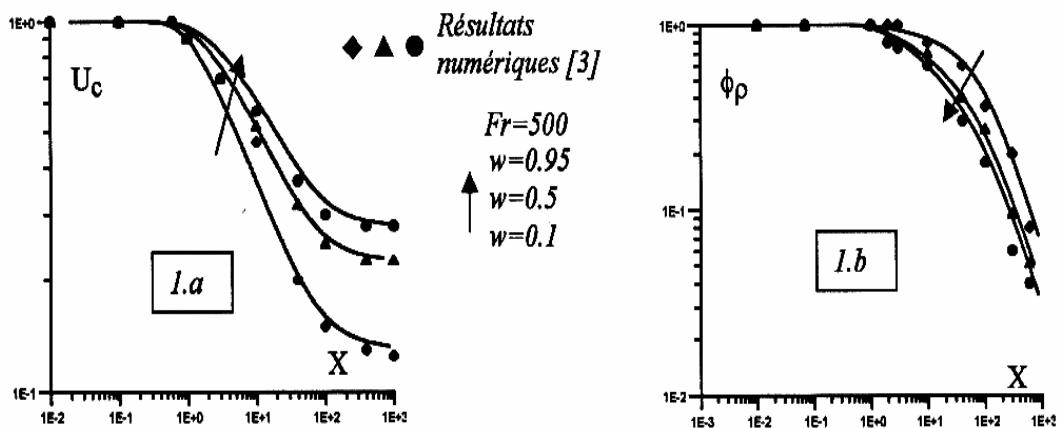


Fig. 1: Evolution longitudinale de : (a) la vitesse verticale sur l'axe du jet, (b) flux de flottabilité normalisé

Nous avons aussi déterminé et comparé, sur la figure 2, les différents paramètres moyens de l'écoulement pour deux nombres de Froude ($Fr = 19607$ et $Fr = 6$) avec les résultats expérimentaux de [5]. A l'exception des résultats numériques de R.M. SO and al. [3] qui sont obtenus pour des gaz parfaits, les résultats expérimentaux de Kotosovinos [4] sont réalisés pour un écoulement d'eau dans l'eau. La figure montre que, lorsque l'écoulement est géré par les forces d'inertie (Fig 2(a) pour $Fr = 19607$), une concordance généralement satisfaisante est obtenue et les deux modèles de turbulence $k-\varepsilon$ standard (trait continu) et modifié (trait discontinu) donnent les mêmes résultats puisque le coefficient C_μ tend vers la valeur standard pour des grands nombres de Froude. Par contre, lorsque l'écoulement favorise les forces de flottabilité (Fig. 2(b) pour $Fr = 6$), nous remarquons, d'une part, que le modèle $k-\varepsilon$ modifié donne des résultats plus proches des résultats expérimentaux de [4] que le modèle $k-\varepsilon$ standard. D'autre part, bien que le modèle $k-\varepsilon$ modifié s'approche des résultats expérimentaux, la prédiction de la vitesse sur l'axe du jet reste toujours surestimée : en effet expérimentalement, la vitesse sur l'axe du jet est de l'ordre de 0.85 dans la zone de panache.

Nous avons aussi représenté l'évolution de la vitesse verticale sur l'axe du jet U_c en fonction des variables adimensionnelles proposées par Chen et Rodi [5] sur la figure 3(a). Nous montrons ainsi l'effet du nombre de Froude (Fr) sur la vitesse verticale au centre. Cette figure révèle que, lorsque nous utilisons un modèle $k-\varepsilon$ standard, l'évolution de U_c dans la région de panache est indépendante du nombre de Froude puisque tous les profils se rejoignent. Par contre, les longueurs de la zone du jet et de la zone de transition dépendent de ce nombre sans dimension. L'utilisation du modèle $k-\varepsilon$ modifié montre que l'évolution de U_c dans la région de panache est indépendante du nombre de Froude, lorsque ce dernier est faible. Sur la figure 3(b), nous avons étudié l'influence du rapport de densité w sur l'évolution longitudinale de U_c en choisissant différents mélanges à la sortie de la buse d'éjection. Cette courbe nous montre que la vitesse verticale sur l'axe du jet est plus importante pour des faibles valeurs de mélange du gaz éjecté de la buse. La même étude paramétrique est conduite pour la fraction massique sur l'axe du jet (Fig. 4). Nous montrons, d'une part, en représentant la fraction massique en fonction des grandeurs sans dimensions proposées par Chen et Rodi [5] (Fig. 4(a)), que la

zone de panache est indépendante du nombre de Froude, pour les deux modèles de turbulence au premier ordre. D'autre part, (Fig. 4(b)) la fraction massique d'un mélange formé de 10 % du gaz éjecté à la sortie de la buse ($w = 0.52$) est plus importante.

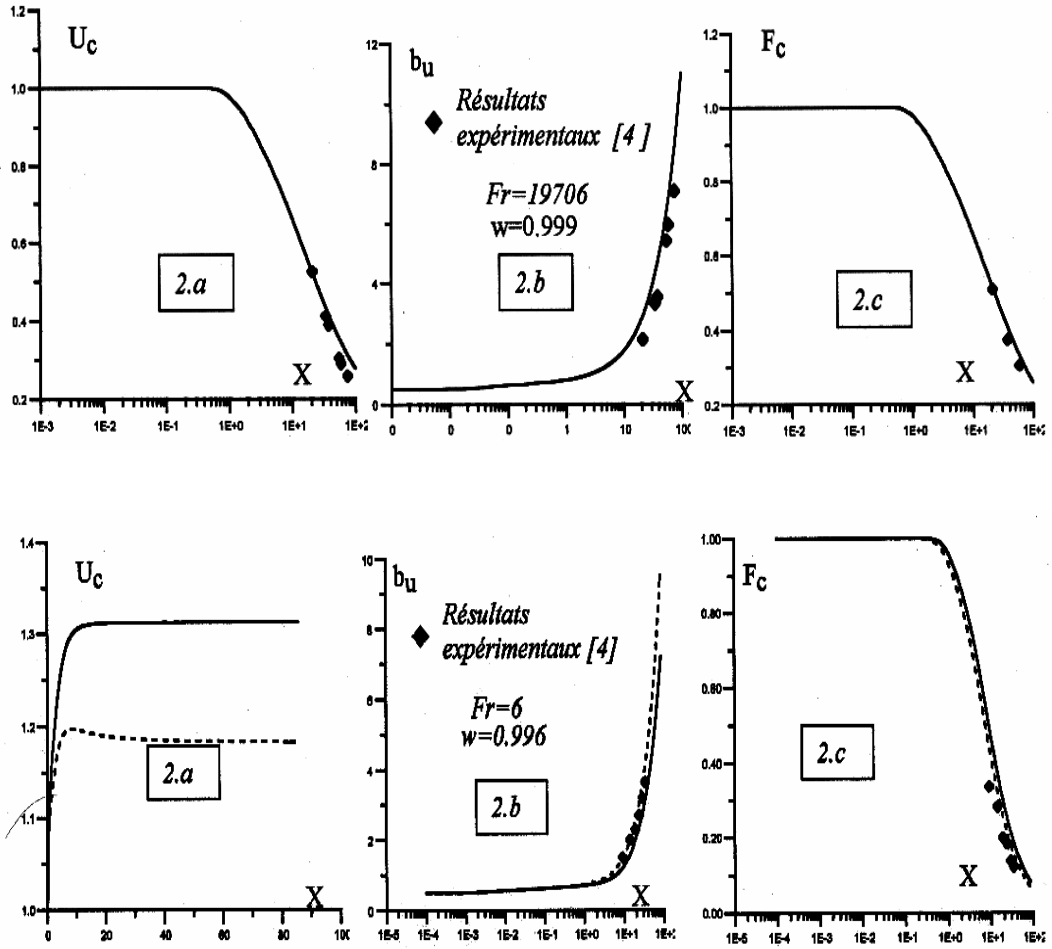


Fig. 2: Evolution longitudinale pour deux nombres de Froude de
 (a) la vitesse verticale sur l'axe du jet,
 (b) demi-épaisseur dynamique du jet,
 (c) température sur l'axe du jet

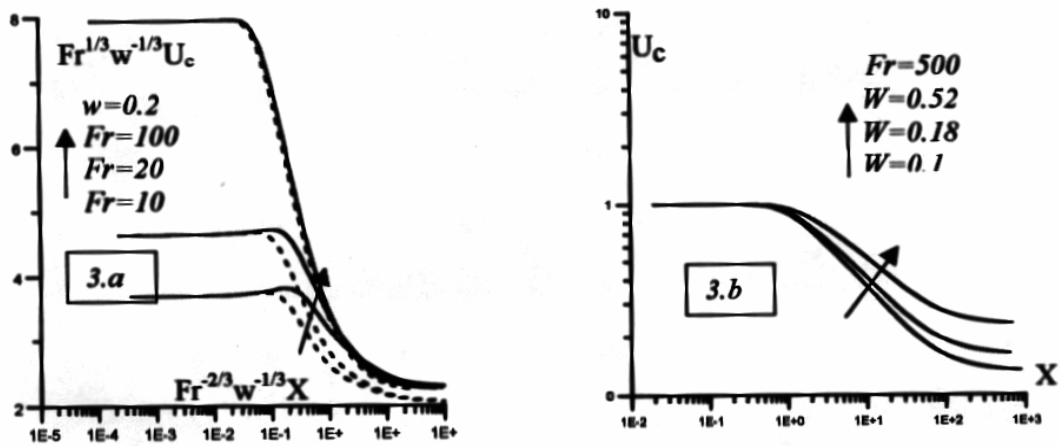


Fig. 3: Evolution longitudinale de la vitesse verticale sur l'axe du jet

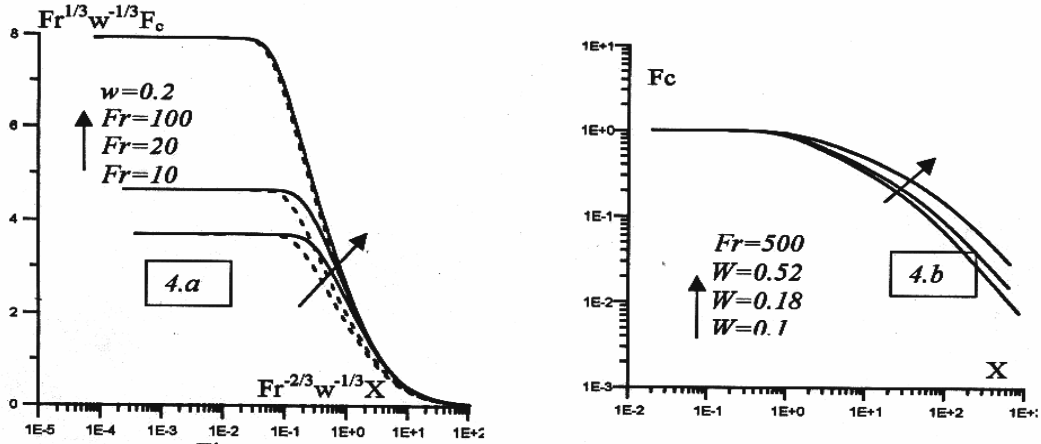


Fig. 4: Evolution longitudinale de la fraction massique sur l'axe du jet

Nous avons enfin analysé l'influence du nombre de Froude et du rapport de densité sur l'évolution longitudinale de l'énergie cinétique turbulente au centre (Fig. 5). Sur la figure 5(a), nous avons représenté ce paramètre pour différents nombres de Froude. Nous remarquons que l'énergie cinétique sur l'axe du jet passe par un maximum qui est atteint plus rapidement pour un modèle k-ε modifié. La valeur maximale de K_c augmente avec le nombre de Froude, c'est-à-dire lorsque l'écoulement tend vers un régime inertiel. Ce paramètre témoigne d'une tendance vers le régime d'affinité à partir d'une distance voisine de 50 e. Nous avons également étudié l'influence de w sur cette grandeur (Fig. 5(b)), en choisissant différents mélanges à la sortie de la buse d'éjection. Nous remarquons que l'énergie cinétique de turbulence est plus importante pour des faibles taux de gaz ($w = 0.52$) déchargé à la sortie de la buse.

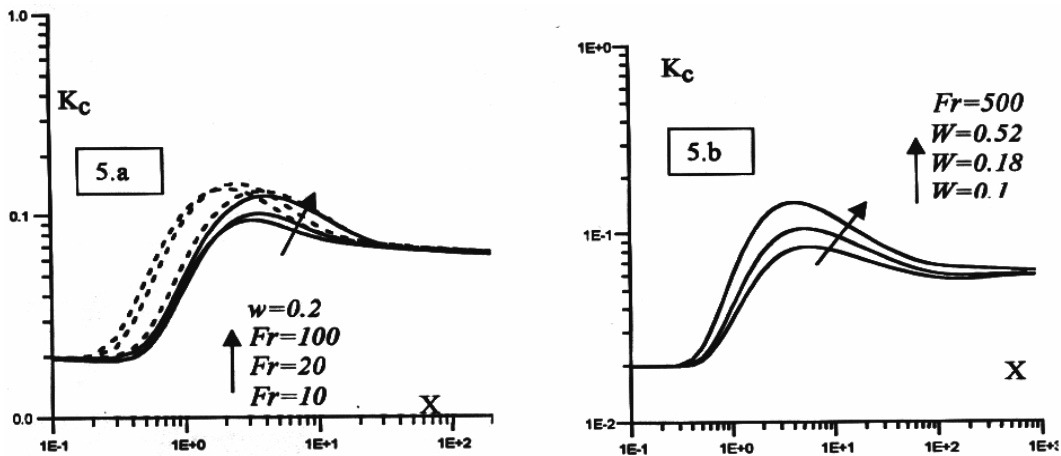


Fig. 5: Evolution longitudinale de l'énergie cinétique turbulente sur l'axe du jet

4. CONCLUSION

Un modèle numérique basé sur une méthode aux différences finies, a été appliqué au calcul d'un écoulement de type jet plan turbulent à masse volumique variable. L'ensemble des résultats montre la fiabilité de la simulation numérique et de la modélisation au premier ordre pour le cas d'un écoulement tendant vers un jet non flottant. Par contre, lorsque la flottabilité devient importante, le modèle k-ε modifié améliore les résultats, mais la vitesse sur l'axe du jet reste toujours surestimée par rapport à l'expérience. Cette étude nous permet de conclure que l'analyse du couplage entre champ de vitesse et du scalaire est essentielle pour la compréhension des mécanismes du développement du jet à masse volumique variable flottant. Par ailleurs, la modélisation de ce type d'écoulement avec des modèles au premier ordre est insuffisante, ceci est essentiellement en relation avec l'entraînement du jet qui est favorisé par le gradient du scalaire (chauffage du jet ou mélange de l'écoulement).

NOMENCLATURE

| | |
|--------------------------------|---|
| bu, bt | Demi-épaisseur, dynamique et thermique du jet |
| $\tilde{u}, \tilde{v}, u', v'$ | Composantes moyennes et fluctuantes de la vitesse, (ms^{-1}) |
| k | Energie cinétique de turbulence, (m^2s^{-2}) |
| e | Epaisseur de la buse, (m) |
| x, y | Coordonnées, longitudinale et transversale, (m) |
| Fr | Nombre de Fourde $\{ Fr = \rho_0 u_0^2 / g e (\rho_0 - \rho_\infty) \}$ |
| Symboles grecs | |
| ε | Taux de dissipation, (m^2s^{-3}) |
| ρ | Masse volumique, (kg.m^{-3}) |
| w | Rapport des masses volumiques $\{ w = \rho_0 / \rho_\infty \}$ |
| Indices et exposant | |
| $\infty, 0, c$ | Milieu ambiant; à la sortie de la buse; sur l'axe du jet |
| | Fluctuation |

REFERENCES

- [1] H. Sanders, B. Sarh and I. Gokalp, 'A Variable Density Effects in Axisymmetric Isothermal Turbulent Jets : a Comparison Between a First and a Second Order Turbulence Model', Int. J. Heat Mass Trans., 40, (4), pp. 823-842, 1997.
- [2] H. Mhiri, S. Habli, S. El Gholli, G. Le Palec et P. Bournot, 'Etude Numérique des Conditions d'Emission sur un Ecoulement de Type Jet Plan Turbulent Isotherme ou Chauffé', Int. J. Thermal Sciences, 38, (10), pp. 898-910, 1999.
- [3] R.M. So and H. Aksoy, 'On Vertical Turbulent Buoyant Jet', Int. J. Heat Mass Transfer, 36, (13), pp. 3187-3200.
- [4] N.E. Kotosovinos, 'Plane Turbulent Buoyant Jets, Part 1. Integral Properties', J. Fluid. Mech., 81, pp. 45-62, 1977.
- [5] C.J. Chen and Rodi, 'Vertical Turbulent Buoyant Jets - A Review of Experimental Data', Pergamon Press, New York, 1980.