

Développement d'un Code de Calcul Permettant l'Optimisation des Systèmes de Chauffage de Planchers ou Sols à l'Aide de Tubes Enterrés

O. Guerri¹, A. Harhad² et K. Bouhade³

¹ Centre de Développement des Energies Renouvelables, B.P. 62, Route de l'Observatoire, Bouzaréah, Alger, Algérie

² University of Missouri, Department of Mathematics and Statistics, 206 Haag Hall 5100 Rockhill Road Kansas City, Missouri 64110- 2499

³ Institut de Mécanique, Université des Sciences et Techniques de Bab Ezzouar, Alger, Algérie

Résumé - L'objectif de cette étude est de déterminer la distance optimale entre les tubes de chauffage de planchers ou de sols afin d'obtenir une température uniforme à la surface (du plancher ou du sol), pour différentes valeurs de la profondeur de pose. Cette étude est basée sur la résolution dans le cas permanent et bi-dimensionnel de l'équation de diffusion en coordonnées curvilignes.

Un maillage presque orthogonal est généré par résolution numérique d'un système d'équations différentielles. L'équation de diffusion est ensuite exprimée en coordonnées curvilignes (ξ, η) , puis résolue par la méthode des volumes finis. Un code de résolution des équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes, polaires ou axisymétriques, a été étendu à la résolution de l'équation de diffusion en coordonnées curvilignes. Le système d'équations obtenu est résolu par la méthode TDMA avec double balayage. Le programme de calcul développé est d'abord validé par comparaison des résultats obtenus avec des valeurs publiées. Il est ensuite appliqué au problème des serres chauffées à l'aide de conduites enterrées. Les distributions de température à la surface du sol sont déterminées en fonction de trois paramètres de contrôle qui sont le nombre de conduites enterrées, la profondeur de pose et la température à la surface des conduites. Le nombre optimal de conduites est fonction de la température maximale admissible à la surface et de la profondeur de pose possible.

Mots clés: Equation de diffusion - Coordonnées curvilignes - Génération de maillage, Méthode des volumes finis - Chauffage des sols.

1. INTRODUCTION

L'objectif de cette étude est de déterminer les distances optimales de pose des tubes de chauffage de planchers ou de sols afin d'obtenir une température uniforme à la surface du plancher ou du sol. Cette étude est basée sur la résolution, dans le cas permanent et de l'équation de diffusion. Il est donc admis que les transferts de chaleur bi-dimensionnel, s'effectuent par conduction pure et que le plancher ou le sol est infiniment long suivant la direction latérale. Par ailleurs, il est admis également que la température à la surface des tubes chauffants est uniforme.

Lorsque la géométrie du domaine d'étude est complexe, la résolution de l'équation décrivant le phénomène étudié en coordonnées cartésiennes avec des zones bloquées génère une description grossière du problème. L'utilisation d'un système de coordonnées curvilignes est alors recommandée. Nous disposons d'un code de résolution des équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes, polaires ou axisymétriques par la méthode des volumes finis (Patankar, 1980). Ce code (SIMPLER) a été étendu à la résolution de l'équation de diffusion en coordonnées curvilignes, mais au préalable, un programme de génération de maillage a été développé. La méthode de génération de maillage retenue est une méthode numérique basée sur la résolution d'un système d'équations différentielles.

Le programme SIMPLER 'modifié' est appliqué à l'étude du sol d'une serre de 8 mètres de largeur et 2 mètres de profondeur, chauffée par des tubes enterrés type Φ 36/40 pour différentes valeurs de la distance entre les tubes, de la profondeur de pose et de la température à la surface des conduites. Les équations résolues, méthodes appliquées et résultats obtenus sont présentés dans ce qui suit.

2. RESOLUTION DE L'EQUATION DE DIFFUSION EN COORDONNEES CURVILIGNES

L'équation de diffusion régissant le phénomène étudié dans le cas permanent et bi-dimensionnel a pour expression :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) = S \quad (1)$$

S étant un terme source qui représente le taux de génération de chaleur par unité de volume et k le coefficient de conductivité thermique. Exprimée en coordonnées curvilignes, cette équation devient, après arrangement :

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{k}{J} \cdot g_{22} \cdot \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{k}{J} \cdot g_{11} \cdot \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{k}{J} \cdot g_{12} \cdot \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{k}{J} \cdot g_{12} \cdot \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + \bar{S} \cdot J \quad (2)$$

où J est le Jacobien de la transformation et g₁₁, g₂₂ et g₁₂ sont les éléments du tenseur métrique de la transformation :

$$\begin{aligned} J &= x_{\xi} \cdot y_{\eta} - x_{\eta} \cdot y_{\xi} \\ g_{11} &= x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 \\ g_{22} &= x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2 \\ g_{12} &= x_{\eta} \cdot x_{\xi} - y_{\eta} \cdot y_{\xi} \end{aligned} \quad (3)$$

L'intégration de l'équation (2) par la méthode des volumes finis conduit à l'expression générale suivante :

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + b \quad (4)$$

Les expressions des coefficients a_E, a_W, a_N, a_S, a_P et b étant données par :

$$\begin{aligned} a_E = D_e &= \frac{g_{22_e}}{J_e} \cdot \frac{k_e \cdot \Delta \eta}{(\delta \xi)_e} & a_W = D_w &= \frac{g_{22_w}}{J_w} \cdot \frac{k_w \cdot \Delta \eta}{(\delta \xi)_w} \\ a_N = D_n &= \frac{g_{11_n}}{J_n} \cdot \frac{k_n \cdot \Delta \xi}{(\delta \xi)_n} & a_S = D_s &= \frac{g_{11_s}}{J_s} \cdot \frac{k_s \cdot \Delta \xi}{(\delta \eta)_s} \\ b &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{k}{J} \cdot g_{12} \cdot \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{k}{J} \cdot g_{12} \cdot \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + S_C \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \eta \cdot J \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \cdot J \end{aligned} \quad (5)$$

Les termes en g₁₂ sont donc traités comme des termes sources. Ces équations sont écrites pour chaque volume de contrôle élémentaire. Le système d'équations obtenu est résolu par méthode numérique selon l'algorithme de Thomas (TDMA) avec double balayage. SIMPLER est modifié en conséquence. Les éléments du tenseur métrique g₁₁, g₂₂, g₁₂ et le Jacobien J de la transformation sont déterminés par des différences finies du deuxième ordre.

3. GENERATION DE MAILLAGE

La méthode appliquée pour la génération de maillage est basée sur la résolution d'un système d'équations différentielles qui permet d'obtenir un maillage presque orthogonal. Les équations à résoudre ont pour expressions (Ryskin and Leal, 1983) :

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(f \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \left(f \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (6)$$

avec $f = g_{22}^{1/2} / g_{11}^{1/2}$. Cette fonction, qui détermine l'aspect du maillage, est évaluée sur les frontières du domaine d'étude à partir de la distribution des points sur ces frontières. Les valeurs de f pour les noeuds internes sont ensuite obtenues par interpolation bi-directionnelle (Ryskin and Leal, 1983) :

$$f(\xi, \eta) = f^0(\xi, \eta) + f^c(\xi, \eta) \quad (7)$$

$$f^0(\xi, \eta) = (1 - \xi) \cdot f(0, \eta) + \xi \cdot f(1, \eta) + (1 - \eta) \cdot f(\xi, 0) + \eta \cdot f(\xi, 1) \quad (8a)$$

$$f^c(\xi, \eta) = (1 - \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot f(0, 0) + (1 - \xi) \cdot \eta \cdot f(0, 1) + \xi \cdot (1 - \eta) \cdot f(1, 0) + \xi \cdot \eta \cdot f(1, 1) \quad (8b)$$

Les équations (6) sont discrétisées par des différences finies du deuxième ordre et résolues par la méthode des sur-relaxations successives (SOR).

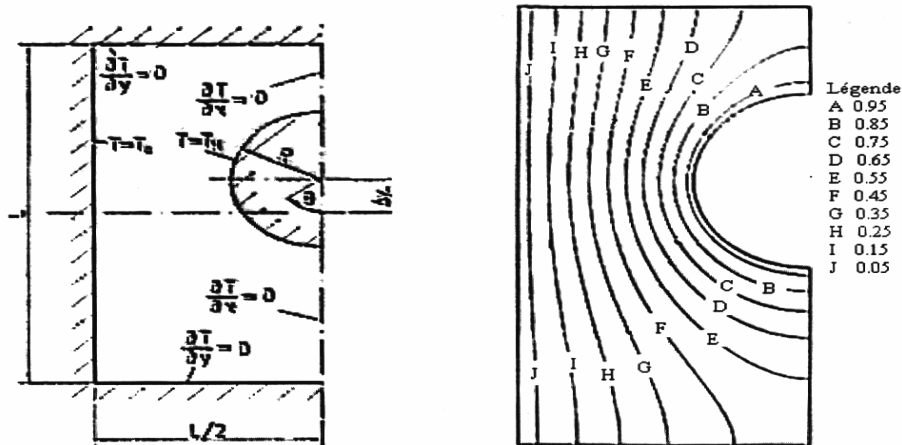


Fig. 1: Transfert de chaleur dans une plaque
Schéma du problème étudié et résultats publiés (Demirdzic et al., 1992)

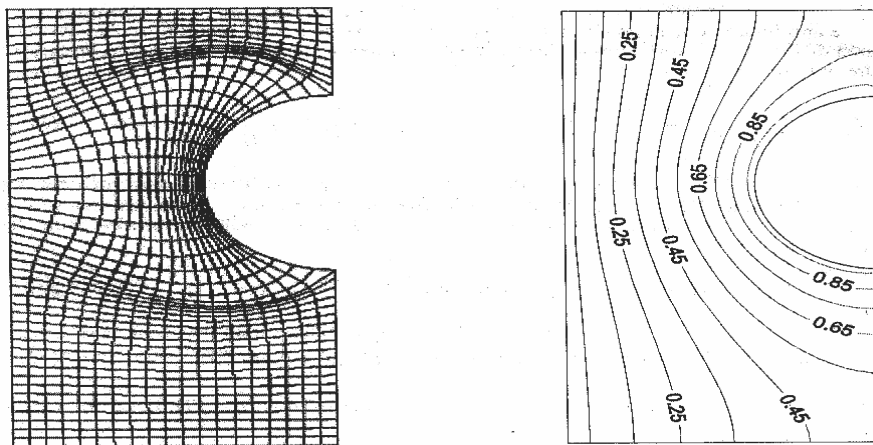


Fig. 2: Transfert de chaleur dans une plaque
Maillage appliqué et résultats obtenus avec SIMPLER modifié

4. RESULTATS OBTENUS

Le programme SIMPLER modifié est d'abord validé par comparaison des résultats obtenus avec des valeurs publiées. A cet effet, il a été appliqué à l'étude du transfert de chaleur dans une plaque (Fig. 1) avec les conditions limites indiquées (Demirdzic et al., 1992). Les résultats obtenus avec un maillage de 128 x 256 noeuds sont en concordance avec les valeurs publiées (Fig. 2). Pour des raisons de lisibilité, le maillage est présenté avec un faible nombre de noeuds (20 x 50). La solution converge au bout de 200 itérations.

La figure 3 représente un domaine d'études schématisant le problème étudié avec les conditions limites appliquées. Le problème est symétrique, aussi nous n'avons considéré qu'une section du domaine total. Le sol est supposé thermiquement homogène et isotrope. La limite inférieure du domaine d'étude est à 15 °C. La température ambiante au nord est de 25 °C. La distance entre les tubes est modifiée par le nombre total de tubes enterrés dans la serre.

Le coefficient de transfert de chaleur par convection à la surface Nord du domaine d'études est déterminé avec :

$$h = Bi \cdot k_S / L_{REF} \tag{9}$$

Bi étant le nombre de Biot, k_S , le coefficient de conductivité thermique du sol et L_{REF} , la longueur de référence. Les résultats obtenus avec un maillage de 290 x 290 noeuds (Fig. 5-7) sont donnés sous les formes adimensionnelles suivantes :

$$T^* = \frac{T - T_S}{T_\infty - T_S} ; \quad x^* = x / L_{REF} \quad \text{et} \quad y^* = y / L_{REF} \tag{10}$$

La longueur de référence étant égale à la profondeur du domaine. La solution converge au bout de moins de 100 itérations.

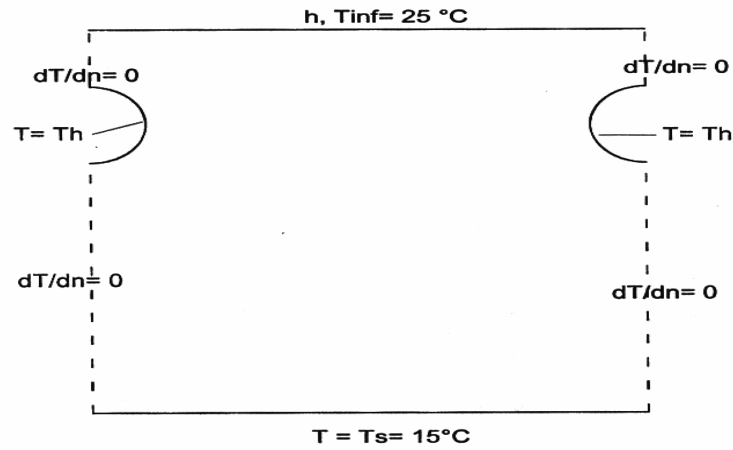


Fig. 3: Schéma du domaine d'études considéré

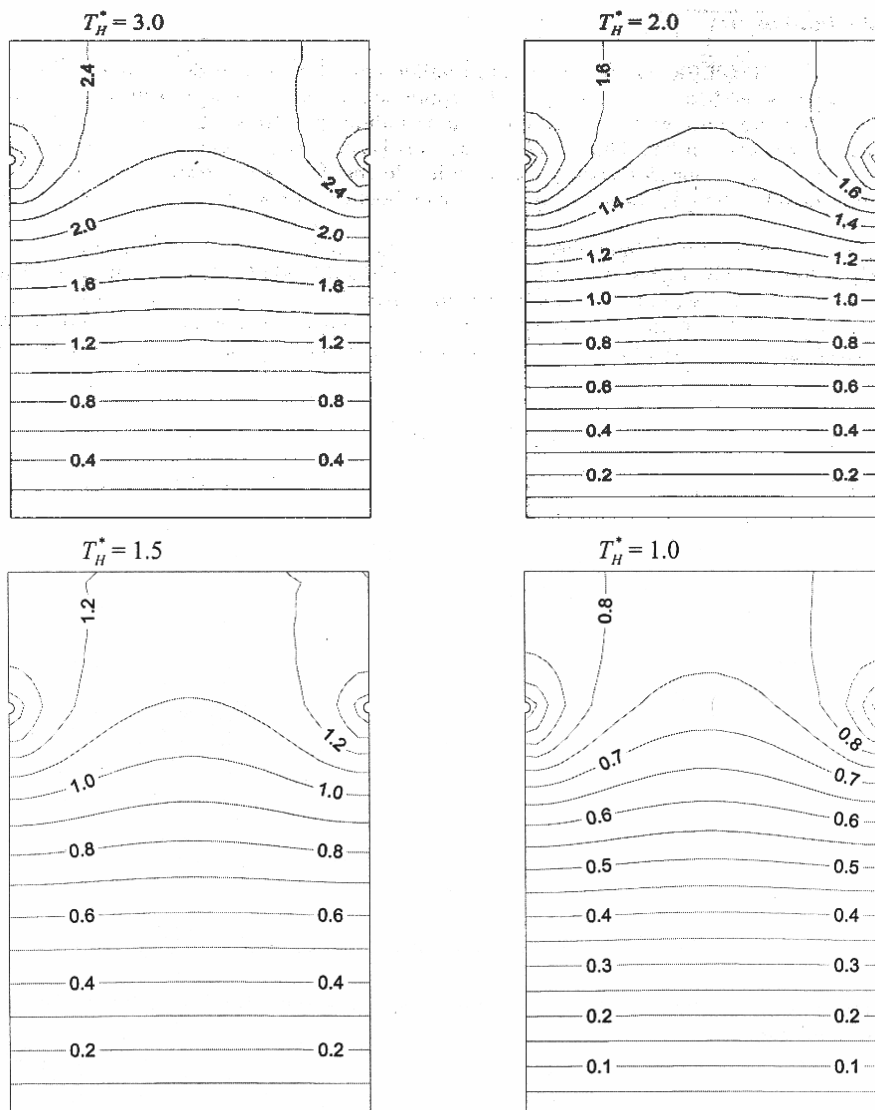


Fig. 4: Evolution des isothermes avec la température à la surface des tubes pour le cas d'un domaine avec 6 tubes enterrés à 25 % de la profondeur totale

La figure 4 représente l'évolution des isothermes en fonction de la température à la surface des conduites, pour le cas d'un domaine avec 6 tubes enterrés à 25 % de la profondeur totale. Cette figure montre, dans tous les cas, qu'une stratification thermique se crée dans une partie du domaine (zone inférieure). Au voisinage des

tubes, le gradient thermique augmente avec la température à la surface des tubes. Les figures 5 et 6 montrent que la distribution de température à la surface est améliorée (du point de vue uniformité) lorsque :

- La température à la surface des conduites (T_H^*) diminue (Fig. 5).
- La profondeur de pose des conduites (h^*) augmente (Fig. 6).
- Le nombre des conduites (n_t) augmente (Fig. 6).

Ainsi, avec un nombre de conduites égal à 8 et $T_H^* = 2$, la différence entre les températures extrêmes varie de près de 10 % (lorsque $h^* = 12.5$ %) à moins de 10 % dans les autres cas. Toutefois, la température maximale à la surface du domaine augmente lorsque le nombre de conduites augmente (Fig. 7).

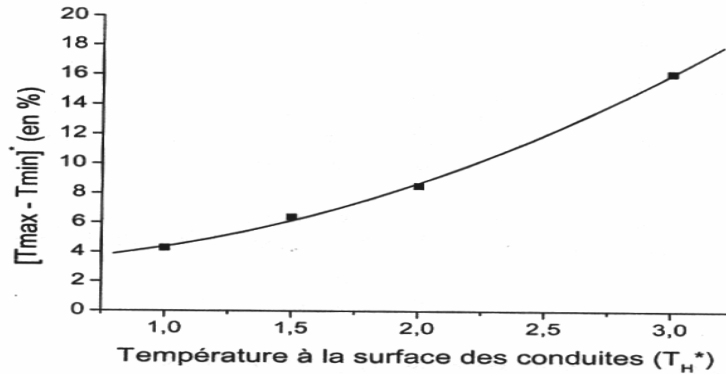


Fig. 5: Variation de la différence entre les températures extrêmes (maximale et minimale) à la surface du domaine d'études en fonction de la température à la surface des conduites ($n_t = 6$ et $h^* = 25$ %)

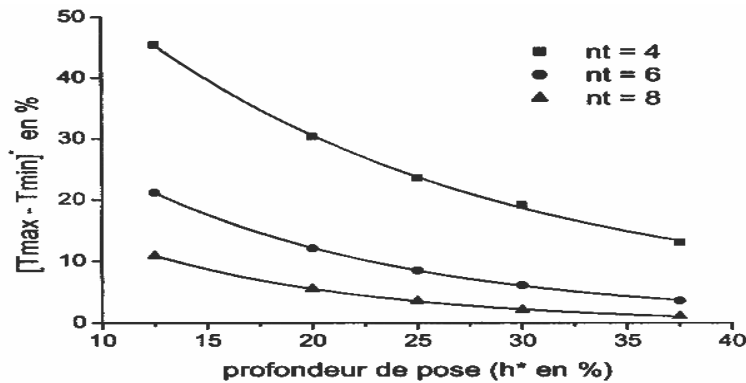


Fig. 6: Variation de la différence entre les températures extrêmes (maximale et minimale) à la surface du domaine d'études en fonction de la profondeur de pose et du nombre de conduites enterrées ($T_H^* = 2$)

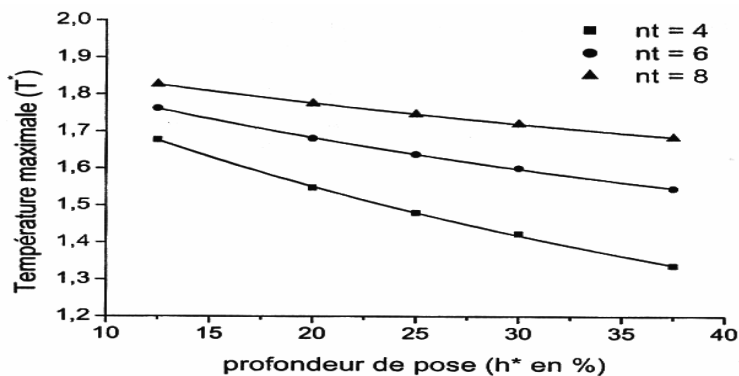


Fig. 7: Variation de la température maximale à la surface du domaine d'études en fonction de la profondeur de pose et du nombre de conduites enterrées ($T_H^* = 2$)

5. CONCLUSION

Le programme de calcul développé a été appliqué pour l'évaluation de la distribution de température à la surface d'un domaine avec des conduites enterrées (chauffage des serres), pour différentes valeurs de la profondeur de pose des conduites, du nombre de conduites et de la température à la surface des tubes.

Le nombre optimal de conduites chauffantes, qui détermine la distance optimale entre les conduites, est fonction de la température maximale admise à la surface et de la profondeur de pose possible. Cette distance peut être optimisée en faisant varier la température à la surface des conduites. C'est ce dernier paramètre qui sera retenu pour le choix du nombre optimal de conduites dans le cas des planchers chauffants où l'épaisseur du sol est réduite.

REFERENCES

- [1] I. Demirdzic, Z. Lilek and M. Peric, '*Fluid Flow and Heat Transfer Test Problems for Non-Orthogonal Grids : Bench-Mark Solutions*', Int. J. for Num. Methods in Fluids, Vol. 15, pp. 329-354, 1992.
- [2] S.V. Patankar, '*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*', McGraw-Hill Book Cie, 1980.
- [3] G. Ryskin and L.G. Leal, '*Orthogonal Mapping*', J. of Comp. Physics, 50, pp. 71-100, 1983.