

## Modélisation de l'irradiation solaire globale incidente sur un plan incliné

S. Benkaciali\* et K. Gairaa

Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables, URAER  
Centre de Développement des Energies Renouvelables, CDER  
47378, Ghardaïa, Algérie

(reçu le 24 Décembre 2013 – accepté le 30 Juin 2014)

**Résumé** – Notre étude consiste à examiner la performance des modèles de rayonnement solaire pour estimer l'irradiation globale quotidienne sur une surface inclinée pour le site de Ghardaïa (Latitude: 32°N, Longitude: 3.80°E). Ces irradiations sont calculées par intégration numérique de l'éclairement solaire obtenu à l'aide de la station radiométrique (Sun-Tracker) et de deux pyranomètres fixes, pour la mesure l'éclairement global sur une surface horizontale et sur une surface inclinée à 32° orientée vers le sud. Le test statistique comprend trois formules, telles que, l'erreur moyenne, MBE, l'erreur quadratique moyenne, RMSE et l'erreur relative moyenne, MERR. L'analyse statistique à révéler la performance des modèles de Ma-Iqbal et de Temps et al.. Les valeurs statistiques moyennes obtenues sont:  $\overline{MBE} = -1.89\%$ ,  $\overline{RMSE} = 6.08\%$  (Temps et al.),  $\overline{MBE} = -3.16\%$ ,  $\overline{RMSE} = 5.63\%$  (Ma-Iqbal).

**Abstract** – Our study consist to examine the performance of solar radiation models for estimating the daily global solar radiation on inclined surface at Ghardaïa site (Latitude-32°N, Longitude- 3.80°E). These radiations are calculated by numerical integration of solar irradiance obtained using the radiometric station (Sun-Tracker) and two fixed pyranometers for measuring horizontal and inclined global solar radiation. The tilt angle was fixed at 32° towards south. The statistical test includes three formulas, such as the mean bias error, MBE, the root mean bias error, RMSE and the mean error, MERR. The statistical analysis revealed that the Iqbal and the Temps et al., are the most accurate. The averages statistical values are:  $\overline{MBE} = -1.89\%$ ,  $\overline{RMSE} = 6.08\%$  (Temps et al.),  $\overline{MBE} = -3.16\%$ ,  $\overline{RMSE} = 5.63\%$  (Ma-Iqbal).

**Keywords:** Station radiométrique - Irradiation solaire - Modèles empiriques - Formules statistiques.

### 1. INTRODUCTION

Des données précises sur le rayonnement solaire sont nécessaires pour la conception, la simulation et une bonne performance de tout projet impliquant l'énergie solaire (systèmes photovoltaïques, systèmes thermiques, concentrateurs solaires paraboliques, etc...). Mais la faible présence de stations radiométriques, entraîne une base de données insuffisante pour une étude globale des composantes du rayonnement solaire.

Seulement quelques stations expérimentales sont réparties à travers le pays, telles que les stations radiométriques installées au niveau du CDER (Alger), de l'URAER (Ghardaïa) et de l'UDES (Bousmail). Cette dernière est dotée d'un système de poursuite

---

\* b\_gisement1@yahoo.fr

tridimensionnel [1], constituant d'un pyréliomètre qui est pointé vers le disque solaire, pour la mesure de l'éclairement direct intégré sur toutes les longueurs d'ondes (entre 0.2 et 0.4 micromètre), d'un pyranomètre EKO pour la mesure de l'éclairement diffus sur une surface horizontale, munie d'une boule sphérique pour cacher le flux radiatif venant du disque solaire.

Elle est aussi constituée de deux autres pyranomètres fixes, l'un pour la mesure du rayonnement global incident sur une surface horizontale et l'autre pour mesurer le rayonnement global sur une surface inclinée à la latitude du lieu. Tous ces appareils sont reliés à une acquisition de marque Campbell Scientific Cr10x. Celle-ci est reliée par l'intermédiaire d'une interface RS232 à un micro-ordinateur dans lequel nous avons installé un logiciel d'exploitation de données (datalogger).

Pour pallier à ce problème, plusieurs modèles empiriques ont été étudiés [6-11] afin d'estimer l'éclairement solaire, notamment pour le calcul du rayonnement incident sur un plan incliné à partir de celui reçu sur une surface horizontale. Notre travail consiste à calculer l'éclairement diffus incident sur une surface inclinée en utilisant sept modèles [2]: Liu *et al.*, Temps *et al.*, HDKR, Ma-Iqbal, Muneer, Willmott, Gueymard.

L'éclairement direct sur un plan incliné est obtenu par la méthode géométrique [3]. L'éclairement global est estimé par la somme du rayonnement diffus et du rayonnement direct. L'intégrale numérique des éclairements obtenus (méthode de trapèze), nous permet d'avoir les irradiances globales journalières.

Pour cela, nous avons comparé à l'aide de quelques formules statistiques, les irradiances journalières mesurées sur le plan incliné avec celles estimées par les modèles. )

## 2. LES MODELES MATHEMATIQUES DES ECLAIREMENTS

### 2.1 Les formules astronomiques

Les formules astronomiques sont les suivantes [3],

#### Angle horaire

$$\omega = 15 \times (\text{tsv} - 12) \quad (1)$$

#### Temps solaire

$$\text{tsv} = \text{tl} - 1 + (\text{Et} / 60) + \lambda / 15 \quad (2)$$

Et, est l'équation du temps [3].

#### Déclinaison du soleil

$$\delta = 23.45 \times \sin(360 \times (284 + j) / 265) \quad (3)$$

#### Hauteur apparente du soleil

$$\sin(h) = \cos(\varphi) \times \cos(\delta) \times \cos(\omega) + \sin(\varphi) \times \sin(\delta) \quad (4)$$

#### Cosinus de l'angle d'incidence de la radiation solaire

$$\cos(i) = \sin(\delta) \times \sin(\varphi - \beta) + \cos(\delta) \times \cos(\omega) \quad (5)$$

### 2.2 Les formules des éclairements

Les formules géométriques des éclairements sont données comme suit [13],

L'éclairement extraterrestre reçu sur un plan horizontal est,

$$g_0 = i_0 \times c(j) \times \sin(h) \quad (6)$$

Où,  $i_0 = 1367 \text{ W/m}^2$ , la constante solaire et  $c(j)$ , la correction de distance terre-soleil.

L'éclairement direct incident sur une surface inclinée,

$$s_i = s_n \times \sin(h) \times r_b \quad (7)$$

$s_n$ , éclairement direct (flux solaire) mesuré sur un plan normal à la radiation solaire  
 $r_b$ , le facteur de conversion géométrique, qui s'écrit comme suit,

$$r_b = \cos(i) / \sin(h) \quad (8)$$

L'éclairement réfléchi par le sol,

Le rayonnement réfléchi par le sol s'écrit en fonction de l'albédo  $\rho$ , de l'éclairement global mesuré sur le plan horizontal et d'un facteur  $(1 - \cos(\beta) / 2)$ , comme suit,

$$d_r = \rho \times g_h \times (1 - \cos(\beta) / 2) \quad (9)$$

$\beta$ , est l'angle d'inclinaison.

L'éclairement diffus atteignant le plan incliné

L'éclairement diffus reçu sur plan incliné est défini comme suit,

$$d_i = d_h \times F_m \quad (10)$$

$F_m$  représente le facteur de forme correspondant à la contribution du rayonnement diffus provenant de tout le ciel.

Selon l'expression du terme  $F_m$ , le rayonnement est soit isotopique soit anisotropique (**Tableau 1**). C'est-à-dire que, selon qu'on tient en considération des diverses contributions du ciel au rayonnement solaire (le cercle de l'horizon, le circumsolaire, l'hémisphérique), le facteur  $F_m$ , prend des formes différentes.

Pour l'évaluation de la composante diffuse sur une surface inclinée, nous avons utilisé sept modèles empiriques [4].

Eclairement global

L'éclairement global reçu sur un capteur plan est donnée par l'expression suivante,

$$g_i = s_i + d_i + d_r \quad (11)$$

### 2.3 Les formules statistiques

Les expressions statistiques utilisées dans cet article sont les suivantes [4, 5, 7],

Mean bias error

$$MBE = 1/N \times \sum_1^N (H_e - H_m) \quad (12)$$

Non-dimensional mean bias error

$$\text{NDMBE}(\%) = 100 / N \times \sum_1^N \frac{(H_e - H_m)}{H_m} \tag{13}$$

Root mean square error

$$\text{RMSE} = \sqrt{1 / N \times \sum_1^N (H_e - H_m)^2} \tag{14}$$

Non-dimensional root mean square error

$$\text{NDRMSE}(\%) = 100 / \overline{H_m} \times \sqrt{1 / N \times \sum_1^N (H_e - H_m)^2} \tag{15}$$

Erreur relative moyenne

$$\text{MERR} = 100 / N \times \sum_1^N \frac{(H_e - H_m)}{H_m} \tag{16}$$

Irradiation globale estimée  $H_e = \int_{t_l}^{t_c} g_e(t) \times dt \tag{17}$

Irradiation global mesurée  $H_m = \int_{t_l}^{t_c} g_m(t) \times dt \tag{18}$

Irradiation globale moyenne  $\overline{H_m} = 1/N \times \sum_1^N H_m \tag{19}$

$t_c$ ,  $t_l$ , sont respectivement les temps de coucher et de lever du soleil;  $N$ , le nombre d'irradiations journalières accumulées pendant l'année.

**Tableau 1:** Description des modèles sélectionnés pour l'estimation de l'éclairement solaire diffuse sur un plan incliné

Auteur(s)	Type de modèle	Modèles
Liu & Jordan (1962)	Isotopique	$d_i = d_h \times \cos^2(\beta / 2)$
Temps & Coulson (1977)	Anisotropique	$d_i = d_h \times \cos^2(\beta / 2) \times \left[ 1 + \sin^3(\beta / 2) \right] \times \left[ 1 + \cos^2 \theta \times \sin^2(\theta_z) \right]$
HDKR (2006)	Anisotropique	$d_i = d_h \times A \times r_b + d_h \times \cos^2(\beta / 2) \times (1 - A) \times \left[ 1 + f \times \sin^3(\beta / 2) \right]$ $A = s_i / g_0$ $f = \sqrt{s_i / g_0}$
Ma-Iqbal (1983)	Anisotropique	$d_i = d_h \times k_t \times r_b + d_h \times (1 - k_t \times \cos^2(\beta / 2))$ $k_t = d_i / g_0$
Muneer (1997)	Anisotropique	$T_M = \cos^2(\beta / 2) + 2b / \pi (3 + 2b) \times [\sin \beta - \beta \times \cos \beta - \pi \sin^2(\beta / 2)]$ $b = 0.5$
Willmot (1982)	Anisotropique	$d_i = d_h \times A \times r_b + d_h \times C_\beta \times (1 - A)$ $C_\beta = 1.0115 - 0.20293\beta - 0.080823\beta^2$
Gueymard (1987)	Anisotropique	$d_i = d_h \times r_{d1} \times N_G + d_h \times r_{d0} \times (1 - N_G)$ $r_{d1}$ , $r_{d0}$ sont des polynômes $N_G$ : Coefficient de normalisation

### 3. INTERPRETATION DES RESULTATS

Dans ce qui suit, il s'agit de comparer les irradiations globales journalières estimées par les modèles, avec celles des mesures sur un plan incliné à la latitude du lieu, et cela, pour différent type de ciel. Nous avons utilisé donc des formules statistiques, telles que, l'erreur moyenne (12, 13), l'erreur quadratique moyenne (14, 15) et l'erreur relative moyenne (16), ainsi que la valeur moyenne des irradiations estimées.

L'erreur moyenne donne une indication sur la sous-estimation ou la surestimation du modèle par rapport aux résultats de mesures. Elle est donnée en pourcentage (NDMBE) ou en unité d'énergie (MBE). Elle est négative si le modèle est sous-estimé, inversement, s'il est surestimé.

L'erreur quadratique moyenne représente la fiabilité des modèles. Le RMSE est d'autant plus petite que les modèles s'approchent mieux des résultats de mesures. Les modèles sont d'autant meilleurs que le NDRMSE et le MERR s'approchent de zéro.

Le **Tableau 2**, illustre les résultats statistiques obtenus. Nous constatons que tous les modèles choisis surestiment les mesures, sauf dans le cas de ciel couvert où les modèles de Temps *et al.*, et de Ma-Iqbal sont surestimés. Nous remarquons que, pour le ciel clair, les plus faibles valeurs des erreurs quadratiques correspondent aux modèles de Temps *et al.*, et de Ma-Iqbal, respectivement, 5.87 % et 6.30 %, les plus grandes erreurs correspondent aux modèles de Wilson et de Gueymard (8.55, 8.67 %). On voit aussi que les plus grandes valeurs moyennes des irradiations sont celles des deux modèles précédents, respectivement 24.34 et 24.23 MJ/m<sup>2</sup>/jour.

Dans le cas d'un ciel moyen, l'erreur quadratique moyenne est la plus faible pour les deux modèles précédents respectivement 4.99 % et 5.43 %. Les plus grandes erreurs correspondent aux modèles de Wilson et de Gueymard (8.88 %, 9.69 %). Leurs irradiations journalières moyennes sont respectivement 23.42 et 23.26 MJ/m<sup>2</sup>/jour. De même, dans le cas du ciel clair, les erreurs sont 7.52 % pour le modèle de Temps *et al.*, et 4.85 % pour Ma-Iqbal. Les irradiations moyennes sont respectivement 17.46 et 16.96 MJ/m<sup>2</sup>/j.

Dans le cas où le ciel est quelconque, les erreurs sont encore plus faibles pour les deux modèles. Pour le modèle de Temps *et al.*, le NDRMSE est de 5.96 %, pour le modèle de Ma-Iqbal, il est égal à 5.94 %.

Une synthèse de l'analyse des valeurs statistiques illustrées dans le **Tableau 2**, montre que les modèles anisotropiques de Temps *et al.* et de Ma-Iqbal sont plus aptes à être utilisés pour le site de Ghardaïa.

Pour mieux apprécier l'évolution des erreurs statistiques entre les irradiations estimées avec celles des mesures et pour chaque type de ciel, nous avons représenté les erreurs statistiques (MBE, RMSE, MERR) en fonction des modèles utilisés (Fig. 1 et 2).

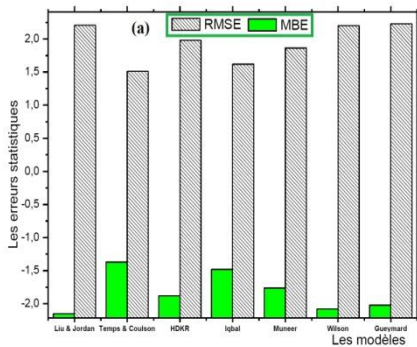
Dans le cas du ciel clair et du ciel moyen, les erreurs moyennes sont négatives pour n'importe quel modèle (Fig. 1a et 1b). Les modèles de Liu *al. & Jordan*, de Wilson et de Gueymard sont les plus sous-estimés, et que les erreurs quadratiques moyennes correspondantes sont les plus grandes.

Dans le cas d'un ciel perturbé, en plus des modèles de Wilson et de Gueymard, nous avons le modèle HDKR qui est le plus sous-estimé. Le modèle de Gueymard possède la plus grande erreur quadratique moyenne.

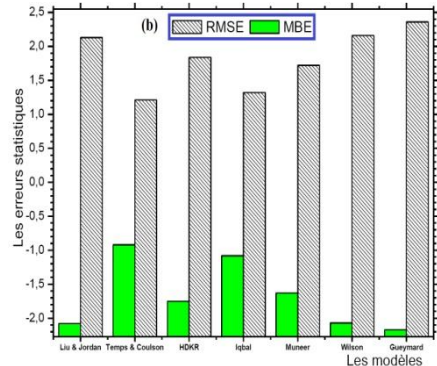
Pour tous types de ciel, les modèles les plus sous-estimés et dont l'erreur quadratique moyenne est la plus grande sont ceux de Liu *et al.*, de Wilson et de Gueymard.

**Tableau 2:** Résultats statistiques des différents modèles et pour divers types de ciel

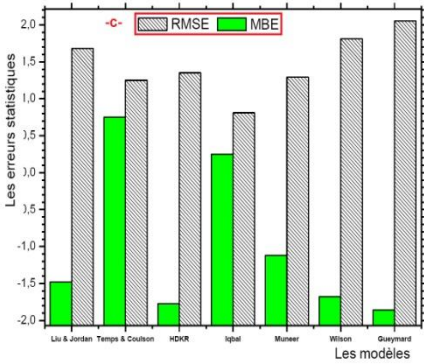
Modèle	MBE MJ/m <sup>2</sup> /day	RMSE MJ/m <sup>2</sup> /day	NDMBE (%)	NDRMSE (%)	MERR (%)	Moy MJ/m <sup>2</sup> /day
<b>-a- Ciel clair</b>						
Liu <i>et al.</i>	-2.15	2.21	-8.35	8.59	-8.37	23.56
Temps <i>et al.</i>	-1.37	1.51	-5.35	5.87	-5.24	24.34
HDKR	-1.88	1.98	-7.31	7.71	-7.24	23.83
Iqbal	-1.48	1.62	-5.78	6.30	-5.68	24.23
Muneer	-1.76	1.86	-6.87	7.24	-6.82	25.95
Willmot	-2.08	2.20	-8.10	8.55	-8.03	23.63
Gueymard	-2.02	2.23	-7.85	8.67	-7.68	23.69
<b>-b- Ciel moyen</b>						
Liu <i>et al.</i>	-2.08	2.13	-8.57	8.78	-8.61	22.26
Temps <i>et al.</i>	-0.92	1.21	-3.78	4.99	-3.58	23.42
HDKR	-1.75	1.84	-7.21	7.58	-7.16	22.59
Iqbal	-1.08	1.32	-4.43	5.43	-4.28	23.26
Muneer	-1.63	1.72	-6.72	7.08	-6.69	22.71
Willmot	-2.07	2.16	-8.50	8.88	-8.46	22.27
Gueymard	-2.17	2.36	-8.94	9.69	-8.82	22.17
<b>-c- Ciel perturbé</b>						
Liu <i>et al.</i>	-1.48	1.68	-8.91	10.08	-8.71	15.22
Temps <i>et al.</i>	0.75	1.25	4.51	7.52	-7.82	17.46
HDKR	-1.77	1.35	-7.04	8.08	-6.91	15.53
Iqbal	-0.25	0.81	1.52	4.85	3.02	16.96
Muneer	-1.12	1.29	-6.74	7.73	-6.69	15.58
Willmot	-1.68	1.81	-10.0	10.8	-10.2	15.02
Gueymard	-1.86	2.05	-11.1	12.3	-10.7	14.85
<b>-d- Tout type de ciel</b>						
Liu <i>et al.</i>	-1.96	2.06	-8.52	8.99	-8.53	20.98
Temps <i>et al.</i>	-0.68	1.36	-2.97	5.96	-1.30	22.25
HDKR	-1.65	1.79	-7.22	7.83	-7.13	21.28
Iqbal	-0.91	1.36	-3.96	5.94	-2.97	22.03
Muneer	-1.56	1.68	-6.80	7.36	-6.75	21.37
Willmot	-1.97	2.09	-8.60	9.12	-8.74	20.96
Gueymard	-2.02	2.22	-8.81	9.69	-8.81	20.91



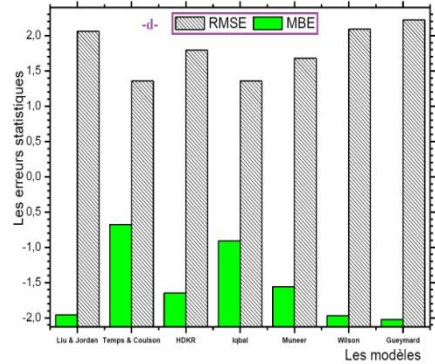
**a- Ciel clair**



**b- Ciel moyen**



c- Ciel couvert

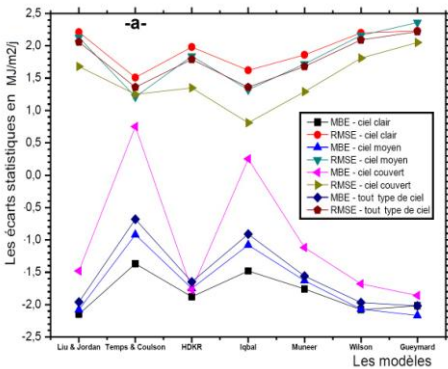


d- Tous types de ciel

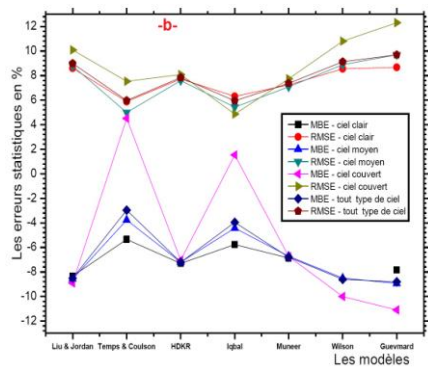
Fig. 1: Valeurs des erreurs statistiques pour chaque modèle choisi

Les figures 2a- et 2b-, illustrent respectivement les erreurs statistiques (MBE, RMSE, NDMBE et NDRMSE). On voit que les figures sont séparées en deux tranches, l'une correspond au MBE (en dessous) l'autre au RMSE (en dessus). On voit pour un ciel clair et pour un ciel moyen que les erreurs moyennes ont des valeurs presque monotones et que les modèles d'Iqbal et de Temps *et al.* sont les plus performants.

Par contre pour le ciel couvert les deux graphes (RMSE et NDRMSE) ou (MBE et NDMBE) ne présentent pas de monotonie. Nous remarquons que le modèle d'Iqbal est le plus fiable.



( a )



( b )

Fig. 2: Evolution des erreurs statistiques moyennes en fonction des modèles choisis

#### 4. CONCLUSION

Après toute cette analyse qui a été faite par des méthodes statistiques, une sélection des modèles les plus acceptables parmi tous les modèles choisis a été faite, et justifiée par les faibles erreurs moyennes constatées.

Par conséquent, les modèles les plus performants sont ceux de Temps *et al.* et de Ma- Iqbal. Cependant, en comparant ces deux modèles, nous avons pu sélectionner celui de Ma-Iqbal comme meilleur modèle.

**REFERENCES**

- [1] S. Benkaciali, '*Le Gisement Solaire à Ghardaïa*', Bulletin des Energies Renouvelables, N°11, CDER, Juin 2007.
- [2] T. Muneer, C. Gueymard and H. Kambezidis, '*Solar Radiation and Daylight models*', Second Edition, Elsevier, 2004.
- [3] M. Iqbal, '*An Introduction to Solar Radiation*', Academic Press, Toronto, Canada, 1983.
- [4] Zekai Sen, '*Solar Energy Fundamentals and Modelling Techniques*', Edition Springer, 2008.
- [5] A.K. Katiyar, A. Kumar, C.K. Pandey and B. Das, '*A Comparative Study of Monthly Mean Daily Clear Sky Radiation over India*', International Journal of Energy and Environment, IJEE, Vol. 1, N°1, pp. 177 – 182, 2010.
- [6] S. Benkaciali, '*Comparative Study of Solar Radiation Computational Models Incident on Inclined Surface*', Journées Internationales de Thermique, Tlemcen, Algérie, 24, 25 et 26 Septembre 2011.
- [7] K. Kerkouche, F. Cherfa, A. Hadj Arab, S. Bouchakour, K. Abdeladim et K. Bergheul, '*Evaluation de l'Irradiation Solaire Globale sur une Surface Inclinée selon Différents Modèles pour le Site de Bouzaréah*', Revue des Energies Renouvelables, Vol 16, N°2, pp. 269 – 284, 2013.
- [8] A.Q. Jakharani, A.K. Othman, A.R.H. Rigit, S.R. Samo and S.A. Kamboh, '*Estimation of incident solar radiation on tilted surface by different empirical models*', International Journal of Scientific and Research Publications, Vol. 2, N°12, 06 p., 2012.
- [9] C.A. Gueymard, '*Direct And Indirect Uncertainties in the Prediction of Tilted Irradiance for Solar Engineering Application*', Solar Energy, Vol. 83, N°3, pp. 432 – 444, 2008.
- [10] G. Wu, Y. Liu, T. Wang, '*Methods and Strategy for Modeling Daily Global Solar Radiation with Measured Meteorological Data – A Case Study in Nanchang, China*', Solar Energy, Vol. 49, N°9, pp. 2447 – 2452, 2009.
- [11] M. Cucumo, A. De Rosa, V. Ferraro, D. Kaliakatsos and V. Marinelli, '*Experimental testing of models for the estimation of hourly solar radiation on vertical surfaces at Arcavacata di Rende*', Solar Energy, Vol. 81, N°5, pp. 692 – 695, 2006.